



# Eletrônica geral



# **Eletrotécnica geral**

Thiago Ramos Fernandes  
Sandro Fonseca Quirino

© 2017 por Editora e Distribuidora Educacional S.A.  
Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida ou transmitida de qualquer modo ou por qualquer outro meio, eletrônico ou mecânico, incluindo fotocópia, gravação ou qualquer outro tipo de sistema de armazenamento e transmissão de informação, sem prévia autorização, por escrito, da Editora e Distribuidora Educacional S.A.

**Presidente**

Rodrigo Galindo

**Vice-Presidente Acadêmico de Graduação**

Mário Ghio Júnior

**Conselho Acadêmico**

Alberto S. Santana

Ana Lucia Jankovic Barduchi

Camila Cardoso Rotella

Cristiane Lisandra Danna

Danielly Nunes Andrade Noé

Emanuel Santana

Grasiele Aparecida Lourenço

Lidiane Cristina Vivaldini Olo

Paulo Heraldo Costa do Valle

Thatiane Cristina dos Santos de Carvalho Ribeiro

**Revisão Técnica**

Júnior Francisco Dias

Vagner Luis Zanin

**Editorial**

Adilson Braga Fontes

André Augusto de Andrade Ramos

Cristiane Lisandra Danna

Diogo Ribeiro Garcia

Emanuel Santana

Erick Silva Griep

Lidiane Cristina Vivaldini Olo

---

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**

---

Fernandes, Thiago Ramos  
F363e Eletrotécnica geral / Thiago Ramos Fernandes, Sandro  
Fonseca Quirino. – Londrina : Editora e Distribuidora  
Educacional S.A., 2017.  
208 p.

ISBN 978-85-522-0321-6

1. Engenharia elétrica. I. Título.

CDD 621.3

---

2017

Editora e Distribuidora Educacional S.A.  
Avenida Paris, 675 – Parque Residencial João Piza  
CEP: 86041-100 – Londrina – PR  
e-mail: editora.educacional@kroton.com.br  
Homepage: <http://www.kroton.com.br/>

# Sumário

|                                                         |            |
|---------------------------------------------------------|------------|
| <b>Unidade 1   Circuitos de corrente contínua</b>       | <b>7</b>   |
| Seção 1.1 - Elementos de circuitos                      | 8          |
| Seção 1.2 - Circuitos resistivos simples                | 21         |
| Seção 1.3 - Circuitos de primeira e segunda ordem       | 34         |
| <b>Unidade 2   Circuitos de corrente alternada</b>      | <b>51</b>  |
| Seção 2.1 - Excitação senoidal e fasores                | 53         |
| Seção 2.2 - Potência em regime permanente               | 69         |
| Seção 2.3 - Circuitos trifásicos                        | 82         |
| <b>Unidade 3   Transformadores, motores e geradores</b> | <b>101</b> |
| Seção 3.1 - Transformadores                             | 103        |
| Seção 3.2 - Máquinas de corrente alternada              | 121        |
| Seção 3.3 - Máquinas de corrente contínua               | 138        |
| <b>Unidade 4   Instalações para motores</b>             | <b>155</b> |
| Seção 4.1 - Motores elétricos                           | 157        |
| Seção 4.2 - Projeto de instalação para motores          | 173        |
| Seção 4.3 - Proteção                                    | 190        |



# Palavras do autor

Uma busca na internet sobre a posição da indústria elétrica e eletrônica nos tempos atuais permitirá perceber sua influência. Nosso dia está repleto de produtos relacionados com essa indústria, de modo que ela certamente afeta nossos estilo de vida. Basta observar o sucesso das redes sociais, possíveis através dos celulares e computadores em geral. A forma como esses aparelhos podem ser utilizados, cada vez mais integrados entre si e com outros dispositivos e com tamanhos reduzidos, desperta cada vez mais interesse. O que esta disciplina tem a ver com tudo isso?

Bem, desde uma simples lanterna de mão até os mais sofisticados objetos, como computadores, carros, aparelhos eletrodomésticos, aeronaves, entre outros aparelhos, todos têm um circuito elétrico associado. Eles podem ser simples ou sofisticados, mas nunca faltam nos objetos acima citados. Neste livro didático, vamos tratar dos conceitos relativos aos circuitos elétricos, transformadores e máquinas elétricas. Assim, ao término do estudo, você terá noção sobre circuitos elétricos e suas utilidades em nosso dia a dia. Para atingir esse objetivo, você deve estudar, com muito empenho, esse assunto, e fazer as atividades que serão sugeridas ao longo do material.

Na Unidade 1, serão tratados temas relativos a circuito de corrente contínua. Compõem essa etapa o estudo sobre os elementos de um circuito, os métodos de análise e os circuitos de primeira e segunda ordem. Na Unidade 2, serão tratados temas relativos a circuito de corrente alternada. Compõem essa etapa o estudo sobre as fontes de alimentação desses circuitos, a potência envolvida neles e o circuito trifásico. Na Unidade 3, serão tratados temas relativos a sistemas físicos que utilizam os circuitos estudados nas duas primeiras unidades. Compõem essa etapa o estudo sobre os transformadores, os motores e os geradores elétricos. Na Unidade 4, serão tratados temas relativos à instalação de motores elétricos. Compõem essa etapa o estudo sobre os motores, suas informações para instalação e os aspectos relativos à segurança.

Nossa ferramenta de trabalho para potencializar o aprendizado será sempre por meio de uma situação que envolve problemas reais. Dessa forma, em cada seção você será apresentado a uma situação-

problema e um desafio, de modo que, ao final da seção, teremos uma possível solução para o problema proposto. Vamos ao trabalho!

# Circuitos de corrente contínua

## **Convite ao estudo**

Olá, aluno! Seja bem-vindo à primeira unidade curricular de Eletrotécnica. Nela, serão apresentados os conceitos relativos ao circuito elétrico de corrente contínua. Também iremos trabalhar os conceitos que permitem fazer a relação entre os sistemas reais e seus circuitos equivalentes. Isso permitirá desenvolver um olhar mais técnico aos sistemas presentes no dia a dia e potencializar a nossa habilidade em resolver os problemas então relacionados.

A Seção 1.1, apresenta os elementos principais de um circuito elétrico. Em seguida, na Seção 1.2, serão apresentadas as técnicas para projeto e análise dos circuitos elétricos. A unidade será finalizada com a Seção 1.3, na qual serão trabalhados os conceitos para análise matemática dos circuitos elétricos. Nesta última seção, serão trabalhados conceitos matemáticos e sua relação com os elementos do circuito elétrico.

Para potencializar o processo de compreensão dos conceitos desta unidade, apresentamos a você a casa de som Zumbido. Ela está com um novo projeto de ampliação das atividades. Dentro desse novo projeto, você foi contratado como engenheiro na casa de som Zumbido, uma oficina especializada em recuperação de aparelhos sonoros antigos. Essa oficina quer trabalhar com recuperação de sistema elétrico de carros antigos em geral. Você deverá participar dos projetos já existentes e executar esse novo projeto. Jeremias é um antigo funcionário, técnico operacional que irá ser seu assistente. Seu primeiro projeto é desenvolver um circuito para simular a ignição de um automóvel. Entre suas atividades nesse projeto, você deve orientar o Jeremias a fazer esse circuito.

# Seção 1.1

## Elementos de circuitos

### Diálogo aberto

A teoria de circuito elétrico é um assunto muito abrangente, uma vez que o circuito elétrico é um sistema, como já dito nas palavras do autor, muito presente no estilo de vida atual. Eles estão presentes em todas as atividades humanas, seja de forma direta ou indireta. Assim, a sua construção é fundamental para as atividades diárias. Dentro das novas perspectivas que os circuitos elétricos e eletrônicos podem proporcionar, a Zumbido quer confeccionar circuitos específicos para auxiliar na restauração de circuitos elétricos de carros antigos. Nessa etapa, você vai ensinar o Jeremias sobre os elementos básicos para o correto desenvolvimento do circuito elétrico para ignição de automóvel. Para a orientação de Jeremias, nessa empolgante tarefa, você precisa conhecer os conceitos relativos a esses elementos básicos, o princípio de funcionamento de cada um deles e aprender a fazer os cálculos que envolvem os elementos e a sua combinação em um sistema. Então, vamos ao trabalho?

### Não pode faltar

A teoria de circuito elétrico é um assunto muito abrangente, uma vez que o circuito elétrico é um sistema. Conceitualmente, um circuito elétrico consiste em um “caminho” interconectado, para que a energia possa fluir de um ponto a outro do espaço. As interconexões são os elementos que formam o circuito. Cada elemento tem uma função muito bem definida dentro do sistema. Os elementos são: o resistor, o capacitor, o indutor, a fonte e os fios de conexão elétrica. Considera-se que eles são elementares, no sentido de que estão presentes em muitos circuitos e nas mais variadas aplicações (SADIKU; ALEXSANDER, 2009; DORF; SVOBODA, 2014).

### Carga elétrica

Todos os elementos têm algo em comum, que é a carga elétrica, uma propriedade fundamental da matéria. Ela é considerada como

a conexão mais elementar de qualquer circuito, e é o elemento fundamental para explicar os fenômenos elétricos. O elétron é a partícula com a menor carga elétrica. O termo menor significa dizer que não se conhece outra partícula com carga elétrica inferior a do elétron. Por isso, ele é considerado a carga elementar da natureza. Sua carga é negativa e, na presença de um campo elétrico direcionado em  $x$  positivo, desloca-se na mesma direção, mas no sentido contrário ao do campo elétrico. O próton é a partícula elétrica que carrega carga elementar positiva e, na presença de um campo elétrico, direcionado em  $x$  positivo, ele desloca-se na mesma direção e mesmo sentido do campo elétrico. Os conceitos que envolvem a carga elétrica começaram a tomar a forma como conhecemos hoje por volta de **1775**, com o experimento do pêndulo eletrostático de Priestley. Ele mostrou que as cargas interagem entre si e que a força entre elas depende da distância entre uma e outra.

Dez anos depois, o físico francês Coulomb confirmou experimentalmente as observações de Priestley e mostrou que a força segue a mesma lei da gravitação universal de Newton. Nesse caso, as massas são substituídas pelas cargas elétricas e a constante universal é trocada pela propriedade elétrica do meio material onde as cargas estão interagindo. Esse trabalho de Coulomb ficou conhecido como balança de Coulomb. Foi somente no início do século XX que o valor numérico da carga elétrica,  $1,602 \times 10^{-19}$  C, foi determinado. Esse valor foi obtido pelo físico norte-americano Millikan. Seu experimento é conhecido como experimento da gota de Millikan. Devido ao trabalho experimental de Coulomb, que foi e ainda é muito bem visto pela comunidade científica, a unidade da carga elétrica leva seu nome, Coulomb, escrita com a letra C. A carga elétrica obedece ao princípio de conservação, ou seja, ela não pode ser criada ou destruída, somente transferida de um local para outro do espaço (SADIKU; ALEXSANDER, 2009; GASPAR, 2000).

## Corrente elétrica

Quando as cargas elétricas se movem de forma ordenada, elas geram uma corrente elétrica. Uma forma de gerar esse movimento ordenado é conectar uma fonte de energia, uma bateria elétrica, em um fio condutor. A corrente elétrica gerada pode ser de dois tipos: corrente alternada e corrente contínua. A corrente alternada caracteriza-se pelo fato de sua intensidade variar com o tempo, e

a corrente contínua tem sua intensidade constante ao longo do tempo. A relação entre carga elétrica e corrente elétrica é dada pela equação:  $i = \frac{dQ}{dt}$ . Nessa equação,  $dQ$  representa o elemento infinitesimal de carga elétrica,  $dt$  representa o elemento de intervalo de tempo considerado e  $i$  representa a corrente elétrica instantânea. A unidade da corrente elétrica é o Ampere, simbolizado por A. A carga total que é transferida de um ponto a outro durante um intervalo de tempo é:  $Q = \int_{t_0}^t i dt'$ . Essa equação representa a carga total associada à corrente elétrica (SADIKU; ALEXSANDER, 2009; DORF; SVOBODA, 2014).

## Tensão elétrica

Como já mencionado, uma bateria devidamente conectada gera uma corrente elétrica em um fio condutor. Isso ocorre devido a um processo físico-químico (HALLIDAY; RESNIK; WALKER, 2014), a bateria adquire uma força eletromotriz (FEM) que realiza um trabalho sobre as cargas do condutor, gerando a corrente elétrica. Dentro da bateria, o processo físico-químico gera dois polos de cargas, um positivo e outro negativo. O polo positivo interno forma o polo positivo da bateria e o polo negativo interno gera o polo negativo da bateria.

Assim, quando um fio condutor é conectado à bateria, o polo negativo repele as cargas negativas e o polo positivo atrai as cargas negativas do fio, gerando a corrente elétrica. Por motivos históricos (SADIKU; ALEXSANDER, 2009) o sentido da corrente elétrica é do polo positivo para o negativo, portanto, contrário ao movimento natural. A

relação entre o trabalho realizado pela FEM e as cargas que foram transferidas é:  $V = \frac{W}{Q}$ . A unidade da tensão elétrica é o Volt [V]. Pode-

se dizer que a tensão elétrica é a quantidade de trabalho necessário para deslocar uma carga elétrica de um ponto a outro do espaço. Se a intensidade da tensão é constante no tempo, ela não oscila e é classificada como contínua; por outro lado, se a intensidade varia com o tempo, ela é classificada como alternada. As pilhas utilizadas em rádios são fontes de tensão contínua, e os geradores elétricos,

dentre outros sistemas, são fontes de tensão alternada (SADIKU; ALEXSANDER, 2009; DORF; SVOBODA, 2014)



### Assimile

O circuito elétrico é uma interconexão entre elementos. Cada elemento tem uma função no circuito. Os elementos básicos de um circuito elétrico são: o resistor, o capacitor, o indutor e a fonte de energia.

## Potência elétrica

Vamos considerar que uma única bateria forneça energia para duas lâmpadas, uma de 60 W e outra de 100 W. A primeira lâmpada tem menor capacidade de converter energia elétrica em energia luminosa do que a segunda lâmpada. A lâmpada de 60 W tem uma potência menor que a lâmpada de 100 W. A potência é a capacidade que um sistema tem para converter uma modalidade de energia em outra durante um mesmo intervalo de tempo. A relação entre a potência, o potencial aplicado ao sistema e a corrente gerada é:  $P = Vi$ . Essa equação representa a potência instantânea. A unidade da potência elétrica é o Watt  $[W]$  (SADIKU; ALEXSANDER, 2009; DORF; SVOBODA, 2014).

## Energia elétrica

Tanto o potencial elétrico quanto a potência elétrica estão relacionados ao trabalho. O primeiro representa o trabalho para mover as cargas elétricas e o segundo representa o trabalho para converter uma forma de energia em outra. Essa capacidade de realizar uma tarefa é a energia (SADIKU; ALEXSANDER, 2009).

## Fontes de energia elétrica

As fontes de energia elétrica são dispositivos que têm a função de fornecer energia elétrica ao circuito. As fontes podem ser fontes de tensão e fontes de corrente elétrica. Se uma fonte depende de qualquer outro elemento do sistema, ela é chamada de fonte dependente. Por outro lado, se ela não depende de outros elementos do sistema, ela é chamada de fonte independente (DORF; SVOBODA, 2014).



Considere que um feixe de elétrons, em um tubo de TV, tem  $10^{15}$  elétrons por segundo. Sendo o engenheiro de projeto, como você determinaria a tensão necessária para acelerar o feixe até uma potência de  $4\text{ W}$ ?

A carga do elétron é  $-1,602 \times 10^{-19}\text{ C}$ . Sendo  $n$  o número de elétrons, então  $q = n \cdot e$ .

Assim,  $i = \frac{dQ}{dt} = e \frac{dn}{dt} = -1,602 \times 10^{-19} \cdot 10^{15} = -1,602 \times 10^{-4}\text{ A}$ . O sinal

negativo indica que o fluxo de elétrons acontece contrário ao

sentido da corrente. A potência elétrica é  $P = V \cdot i$ ,  $V = \frac{P}{i}$

$$V = \frac{4}{-1,602 \times 10^{-4}} = 25,0 \times 10^3\text{ V}. \text{ Portanto, } V = 25,0\text{ kV}.$$

## Resistores

Quando o elétron move-se no condutor, devido à tensão aplicada, ele colide com os outros elétrons e átomos. Essas colisões convertem energia cinética dos elétrons em energia térmica (calor). Esse processo chama-se resistência elétrica. A resistência elétrica é interpretada como a dificuldade que o meio apresenta ao estabelecer uma corrente elétrica. O resistor pode atuar como controlador de fluxo de energia elétrica. Quantitativamente, calcula-se da seguinte

forma:  $R = \rho \frac{L}{A}$ . Sua unidade é o Ohm  $[\Omega]$ . Nessa equação,  $\rho$

representa a resistividade do meio material,  $L$  representa a dimensão do objeto na direção do fluxo de corrente e  $A$  representa a área da seção transversal por onde o fluxo acontece. A resistividade elétrica é uma grandeza que representa o impedimento que o meio material oferece à passagem da corrente elétrica. Essa grandeza está diretamente relacionada com a temperatura de operação do resistor. A relação matemática entre a resistividade e a temperatura é:  $\rho = \rho_0 (1 + \alpha \Delta T)$ . Nessa equação,  $\rho_0$  representa a resistividade de referência do meio material,  $\alpha$  representa a condutividade térmica do meio material e  $\Delta T$  representa a diferença entre a temperatura de referência e a temperatura de operação do dispositivo. A temperatura

de referência pode ser a temperatura ambiente e resistividade de referência é a resistividade medida nessa temperatura (SADIKU; ALEXSANDER, 2009; DORF; SVOBODA, 2014).

## Capacitor

Até o momento, consideramos somente os condutores, porém, outra classe de materiais não menos importante são os dielétricos. Quando o campo elétrico incide sobre um dielétrico, ele polariza o meio material. Em outras palavras, polarizar é formar dipolos elétricos alinhados com o campo elétrico incidente. Essa polarização gera um campo elétrico interno, resultando em uma energia que fica armazenada nesse campo. Essa habilidade em armazenar energia chama-se capacitância. O dispositivo chamado de capacitor é, basicamente, formado por dois condutores separados por um material dielétrico. O campo elétrico externo é fornecido pela bateria que, por sua vez, separa cargas elétricas, chamadas de carga induzida.

A relação entre o potencial, a capacitância e a carga é:  $C = \frac{Q}{V}$ . A unidade da capacitância é Farad  $[F]$ . Existem basicamente, três tipos de capacitores, os capacitores cilíndricos, os capacitores esféricos e os capacitores de placas paralelas. Para esses três capacitores, a equação que representa a capacitância é obtida, sempre calculando a carga polarizada no dielétrico e o potencial entre os condutores, por meio das ferramentas estabelecidas no curso de Física básica. A relação entre a geometria dos capacitores e a capacitância é:

$C = \epsilon \frac{A}{L}$ , para capacitor de placas paralelas. Nessa equação,  $A$  representa a área da seção transversal por onde a corrente flui e  $L$  representa a distância entre as placas condutoras. Para o capacitor

cilíndrico, a capacitância é dada por:  $C = 2\pi\epsilon \frac{L}{\ln(b/a)}$ . Nessa equação,  $L$  representa o comprimento do cilindro,  $a$  representa o raio interno do cilindro e  $b$  representa o raio externo do cilindro. Para

o capacitor esférico, a capacitância é dada por:  $C = 4\pi\epsilon \frac{R_a R_b}{(R_a - R_b)}$ .

Nessa equação,  $R_a$  representa o raio interno da esfera e  $R_b$  representa

o raio externo da esfera. Nas três equações relativas à capacitância, o símbolo  $\epsilon$  representa a permissividade elétrica do dielétrico utilizado no capacitor (SADIKU; ALEXSANDER, 2009; DORF; SVOBODA, 2014).



### Reflita

Os capacitores são utilizados para armazenar energia elétrica. Isso acontece por meio da formação de dipolos elétricos. Em geral, esses dipolos são gerados na interface entre o condutor e o dielétrico. A capacitância é proporcional à área de contato entre eles. Seria possível produzir um capacitor com as mesmas dimensões dos atuais, mas que acumulasse milhares de vezes mais energia elétrica? Se sim, como? Se não, por quê?



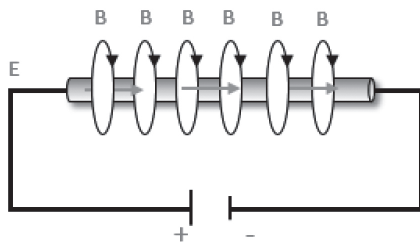
### Pesquise mais

Atualmente, os supercapacitores estão em destaque, basicamente pela sua grande capacidade de armazenar energia elétrica. Os supercapacitores também são chamados de pseudobaterias, pois podem fornecer uma grande quantidade de energia, decorrente de sua grande capacidade de armazená-las. Neste sentido, faça uma pesquisa sobre os supercapacitores e sua relação com as baterias.

## Indutor

Quando a corrente flui por um condutor, ela gera um campo magnético no entorno do fio. As linhas de campo magnético são superfícies fechadas no entorno desse fio condutor.

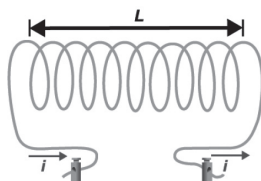
Figura 1.1 | Distribuição de campo magnético em um fio conduzindo corrente



Fonte: elaborada pelo autor.

Segundo a lei de Faraday, se o fluxo de campo magnético varia no tempo, então, um potencial induzido, com polarização contrária a do potencial da bateria, é estabelecido no fio. A geração desse potencial induzido é representada pela Indutância. O indutor é um fio metálico em formato de espiras, formando espiras concêntricas. Ele é um dispositivo capaz de armazenar energia magnética no seu campo magnético. Basicamente, qualquer material meio condutor pode ser considerado um indutor. Esse fio enrolado formando espiras, como o espiral de um caderno convencional, chama-se solenoide.

Figura 1.2 | Solenoide conduzindo uma corrente elétrica



Fonte: elaborada pelo autor.

São muito utilizados em transformadores para gerar rebaixamento ou elevação do potencial incidente. A indutância de um indutor é  $\beta = \frac{N^2 \mu A}{L}$ . Nessa equação,  $N$  representa o número de espiras,

$L$  representa o comprimento do solenoide utilizado e  $\mu$  representa a permeabilidade magnética do fio utilizado. O potencial gerado devido à indutância é:  $V_{ind} = -\beta \frac{di}{dt}$ . Esse potencial induzido gera

uma corrente induzida e, portanto, um campo magnético induzido. A energia magnética armazenada nesse campo magnético induzido é

$$U_B = \frac{1}{2} Li^2 \text{ (SADIKU; ALEXSANDER, 2009; DORF; SVOBODA, 2014).}$$

### Lei de Kirchhoff

Como já mencionado, o circuito elétrico é um “caminho” interconectado, para a energia elétrica fluir. De forma geral, essas interconexões são os resistores, os capacitores, os indutores e as fontes de energia. Uma pergunta interessante neste momento é: como analisar um circuito com essas interconexões? Uma forma de

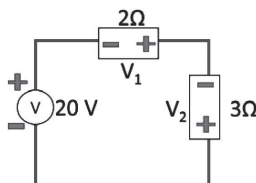
fazer isso é utilizar as leis de Kirchhoff. Elas são enunciadas em duas partes, a primeira lei e a segunda lei. A primeira lei de Kirchhoff afirma que a soma das correntes que entram em um nó é igual à soma das correntes que saem do mesmo nó. Em termos matemáticos, é representada como  $\sum_{n=0}^N i_n = 0$ , em que n representa cada uma das correntes que incidente no nó. A segunda lei de Kirchhoff afirma que a soma da queda de tensão em um circuito é igual à soma da elevação de tensão no mesmo circuito elétrico. Em termos matemáticos é representada como  $\sum_{n=0}^N V_n = 0$ , em que n representa cada um dos componentes presentes no circuito (SADIKU; ALEXSANDER, 2009; DORF; SVOBODA, 2014).



### Exemplificando

Para o circuito da figura a seguir, determine as tensões  $V_1$  e  $V_2$ , que estão nos respectivos resistores.

Figura 1.3 | Representação esquemática de um circuito resistivo em série



Fonte: elaborada pelo autor.

Nos resistores  $V_1 = 2i$  e  $V_2 = -3i$ . Aplicando a Lei de Kirchhoff para tensão, tem-se:  $-20 + V_1 - V_2 = 0$ ,  $-20 + 2i + 3i = 0$ . Resolvendo essa equação para a corrente, obtém-se:  $i = 4$  A. Assim, os potenciais são:

$$V_1 = 2 \cdot i = 2 \cdot 4 = 8 \text{ V e } V_2 = -3 \cdot i = -3 \cdot 4 = -12 \text{ V}$$

### Sem medo de errar

Agora sabemos sobre os elementos do circuito e suas propriedades. O capacitor tem habilidade de armazenar energia elétrica, o indutor tem habilidade de armazenar energia magnética, o

resistor tem habilidade de controlar o fluxo de corrente elétrica que passa por ele e a fonte fornece energia para o sistema. Aprendemos também que a lei de Kirchhoff permite analisar o circuito. Dessa forma, você pode mostrar ao Jeremias todos os detalhes técnicos conceituais sobre os elementos de um circuito elétrico.

Como primeira atividade, você e o Jeremias irão projetar um circuito para gerar centelha, simulando a ignição de um motor a combustão interna. Basicamente, nesse motor a centelha deve ocorrer em tempos apropriadamente regular. Essa centelha pode ser obtida por meio de uma vela de ignição. A vela tem dois eletrodos separados por uma pequena distância. Quando alta tensão, algo em torno de  $10^3 V$ , é estabelecida entre os eletrodos, uma centelha se forma entre eles, inflamando o combustível. É perguntado a Jeremias: "Como nós podemos gerar essa alta tensão nos eletrodos da vela de ignição se a bateria do automóvel fornece apenas  $12 V$ "? Jeremias responde: "Acho que colocar um capacitor antes da vela e deixar carregar até ter essa alta tensão. Depois que a vela estiver carregada, a gente descarrega na vela. O problema dessa sua solução é que o capacitor vai armazenar somente o potencial da bateria, que é de  $12 V$ ".

Uma outra solução seria utilizar um indutor. O indutor armazena energiamagnética. O potencial no indutor,  $V_{ind} = -\beta \frac{di}{dt}$ , é proporcional à taxa de variação da corrente elétrica. Se nós conseguirmos gerar uma grande variação, por exemplo, abrindo e fechando uma chave em intervalos muito curtos, poderemos gerar um grande potencial no indutor e, assim, gerar alta tensão nos eletrodos da vela. Por exemplo, Jeremias deve considerar que nós temos um solenoide de  $4 \Omega$ ,  $6 mH$  e uma bateria de  $12 V$ . Vamos calcular a corrente elétrica no solenoide, quando a chave é fechada e a tensão no eletrodo. Considerando que temos uma chave que abre-fecha em  $1 \mu s$ . A corrente é:  $i = \frac{V}{R} = \frac{12}{4} = 3,0 A$ . A tensão é dada por:  $V_{ind} = -\beta \frac{di}{dt}$ . Tomando o conceito de valor médio da grandeza, podemos considerar  $V_{ind} = -\beta \frac{\Delta i}{\Delta t} = 6,0 \times 10^{-3} \cdot \frac{3}{1,0 \times 10^{-6}} = 18 \times 10^3 V$ , que é o mesmo que:  $V = 18 kV$ .

Veja que, a partir de  $12\text{ V}$ , produziremos um potencial bem maior. Se a chave complicar muito, podemos alterar as características do indutor, como aumentar a área da seção transversal, o número de espiras.

## Avançando na prática

### Armazenamento de energia

#### Descrição da situação-problema

A geração de energia elétrica é fundamental para as atividades humanas. Nesse sentido, muitas fontes alternativas de geração de energia são utilizadas para complementar a produção convencional. Em geral, a energia gerada é utilizada, de forma que, quando tem excesso, é armazenada. Por motivos tecnológicos, esse armazenamento apresenta limitações. Você, como engenheiro, foi procurado para fornecer uma alternativa para essa questão do armazenamento.

#### Resolução da situação-problema

Uma solução para essa questão está na melhor utilização do dispositivo elétrico capacitor. O capacitor convencional armazena energia, porém, sua descarga é, quase sempre, muito rápida. Uma alternativa para aumentar a capacidade de armazenamento seria produzir capacitores com grande área superficial entre o condutor e o dielétrico. A influência da área pode ser verificada por meio da equação do capacitor de placas paralelas,  $C = \epsilon \frac{A}{L}$ . Uma forma de aumentar essa área é produzir condutores, chamados de eletrodos, com poros (pequenos furos) e utilizar dielétricos líquidos iônicos ao invés de sólidos, como as cerâmicas. Esses poros permitem que mais dipolos sejam gerados, se compararmos com um condutor que não tenha poros. Nos capacitores convencionais, a área  $A$  é a área geométrica do condutor. Já nessa nova proposta, a área  $A$  é a área superficial de todos os poros gerados nos eletrodos. Com isso, a área para formação dos dipolos é muito maior que no método convencional. Outra vantagem é que as dimensões desse novo capacitor não necessariamente são maiores que a área do convencional.

## Faça valer a pena

**1.** Dentro da bateria, o processo físico-químico gera dois polos de cargas, um positivo e outro negativo. O polo positivo interno forma o polo positivo da bateria e o polo negativo interno gera o polo negativo da bateria. Assim, quando um fio condutor é conectado à bateria, o polo negativo repele as cargas negativas e o polo positivo atrai as cargas negativas do fio, gerando a corrente elétrica. Por motivo histórico, o sentido da corrente elétrica é do sentido do polo positivo para o negativo, portanto, contrário ao movimento natural.

A partir dos estudos sobre tensão elétrica, das alternativas a seguir, qual delas é o conceito correto de tensão elétrica?

- a) Energia dissipada na forma de luz.
- b) Energia absorvida na forma de calor.
- c) Capacidade de realizar trabalho deslocando cargas elétricas.
- d) Capacidade de converter energia elétrica em térmica.
- e) Capacidade de armazenar energia magnética.

**2.** Quando o campo elétrico atravessa um dielétrico, ele polariza o meio material. Em outras palavras, polarizar é formar dipolos elétricos alinhados com o campo elétrico incidente. Segundo a lei de Faraday, se o fluxo de campo magnético varia no tempo, gerando um potencial induzido, com polarização contrária à do potencial da bateria, é estabelecido no fio. A geração desse potencial induzido é a Indutância.

A partir dos estudos sobre capacitor e indutor, realizados até aqui, das alternativas a seguir, qual é a diferença entre esses dispositivos?

- a) Ambos realizam trabalho para mover cargas elétricas, mas somente o indutor polariza.
- b) O capacitor armazena energia elétrica e o indutor armazena energia magnética.
- c) O capacitor armazena energia magnética e o indutor armazena energia elétrica.
- d) Ambos dissipam energia, mas só o capacitor é bom dissipador de calor.
- e) O indutor somente armazena energia e o capacitor atua como fonte de energia.

**3.** Quando o elétron move-se no condutor, devido à tensão aplicada, ele colide com os outros elétrons, átomos. Essas colisões convertem energia cinética dos elétrons em energia térmica (calor). Esse processo chama-se resistência elétrica. A resistência elétrica é interpretada como a dificuldade

que o meio apresenta ao estabelecimento de uma corrente elétrica. Sua grande aplicação é como controlador de fluxo de energia elétrica. Dos estudos realizados sobre resistores, foi mostrado que ele atua dissipando sua energia por colisão. Qual é a principal função de um resistor?

- a) Armazenar energia total.
- b) Armazenar campo magnético.
- c) Armazenar campo elétrico.
- d) Controlar o fluxo de corrente.
- e) Controlar o armazenamento de campo elétrico.

# Seção 1.2

## Circuitos resistivos simples

### Diálogo aberto

A complexidade dos circuitos elétricos e eletrônicos atuais torna a análise desses circuitos, pelas leis de Kirchhoff, bastante trabalhosa, em parte devido ao grande número de equações que surgem desse método. Ao longo do tempo, os engenheiros trabalham não somente no desenvolvimento dos circuitos, mas também no desenvolvimento de métodos de análise desses circuitos. Nesse sentido, a teoria de circuitos equivalentes é uma ótima ferramenta para gerar métodos eficazes. Os circuitos equivalentes triângulo, estrela, Thevenin e Norton são de fundamental importância, uma vez que simplificam bastante a análise.

Nesta segunda seção, iniciaremos estudando os circuitos triângulo e estrela e como fazer a equivalência entre um e outro. Na sequência, estudaremos o circuito equivalente de Thevenin e finalizaremos com o circuito de Norton.

Na Seção 1.1, estudamos as características dos elementos dos circuitos: o resistor, o capacitor, o indutor e a fonte de tensão. Naquele momento, fizemos algumas contas relativas aos elementos em um circuito bem simples, em que as Leis de Kirchhoff são completamente suficientes.

Imaginem vocês que acabou de chegar à Zumbido um circuito elétrico bastante antigo. Nele, há uma parte utilizada para gerar queda de corrente, que é uma ponte de Wheatstone modificada, pois tem um resistor no lugar do galvanômetro. O dono do sistema quer torná-lo mais barato e mais simples, sem perder as características do circuito, ou seja, ele quer manter os níveis de potencial e corrente no circuito. Você, sendo o engenheiro técnico responsável da casa e seu auxiliar Jeremias, tem o desafio de tornar essa parte do circuito mais simples e mais barata.

Vamos superar mais esse desafio?

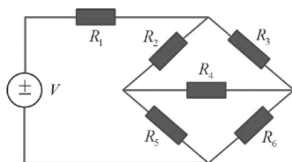
## Não pode faltar

A análise de circuito utilizando as leis de Kirchhoff não exige alterações na topologia do sistema, de forma que são muito úteis. Porém, se o circuito é complexo, os cálculos tornam-se trabalhosos, sendo um limitante importante na execução de projetos. Os avanços tecnológicos trouxeram justamente essa complexidade para o mundo dos projetistas de circuito elétrico. Neste caso, alterações na topologia do sistema permitem resolver essa complexidade de forma bem mais simples do que por meio das leis de Kirchhoff. Nesta seção, vamos estudar os circuitos resistivos simples, porém, com topologias um pouco mais complexas do que as usuais, em que as leis de Kirchhoff não são diretamente aplicadas. Um exemplo desse tipo de circuito mais complexo é a ponte de Wheatstone, que é muito utilizada para medir resistência desconhecida.

Colocando uma resistência,  $R_4$ , no lugar do galvanômetro, como está representado na Figura 1.4, ele pode ser utilizado para gerar queda de corrente quando colocado em paralelo com uma fonte de tensão ou em paralelo com outro circuito. Ele tem uma construção relativamente simples, porém, apresenta resistores que não estão nem em série nem em paralelo, como os resistores  $R_1$  e  $R_6$  na Figura 1.4.

Nesse caso, o procedimento para resolver o circuito, ou seja, para conhecer o potencial e a corrente no sistema, requer ferramentas auxiliares e não somente as leis de Kirchhoff. Vamos estudar essas ferramentas auxiliares considerando, sempre, fontes de tensão e corrente em modo contínuo de operação. Na prática, esses circuitos resistivos podem ser utilizados como divisores de tensão e/ou corrente elétrica (SADIKU; ALEXSANDER, 2009; DORF; SVOBODA, 2014).

Figura 1.4 | Representação esquemática da ponte de Wheatstone com um resistor no lugar do galvanômetro



Fonte: elaborada pelo autor.

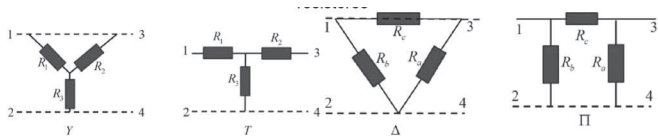
De forma geral, nos circuitos, os resistores podem ser conectados gerando duas configurações distintas: a configuração em série

e a configuração em paralelo. Na configuração em série, eles compartilham um nó do circuito e transportam a mesma corrente. Por outro lado, na configuração em paralelo, eles compartilham os mesmos dois pares de nós, e têm o mesmo potencial em ambos os terminais. Os resistores em série atuam como divisores de voltagem ou tensão elétrica. Já os resistores em paralelo atuam como divisor de corrente elétrica. A análise desses circuitos é muito bem realizada por meio das leis de Kirchhoff. Como fica a análise quando existem resistores que não estão nem em série nem em paralelo, como é o caso dos resistores  $R_1$  e  $R_6$ , presentes na ponte de Wheatstone, representada na Figura 1.4? A próxima seção responde a essa pergunta (DORF; SVOBODA, 2014).

### Equivalência estrela triângulo

Uma solução para a situação em que os resistores não estão nem em série nem em paralelo é utilizar as topologias Estrela (Y) ou Tê (T) e/ou Delta ( $\Delta$ ) ou PI ( $\pi$ ), representadas pela Figura 1.5 a seguir. Os números 1, 2, 3 e 4 representam os terminais do circuito.

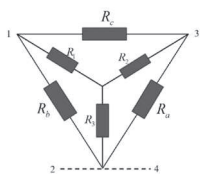
Figura 1.5 | Representação topológica estrela ou T e delta ou Pi, para disposições dos resistores



Fonte: elaborada pelo autor.

Essas topologias são equivalentes de forma que sempre é possível, a partir de uma configuração, definir a outra configuração. Essas configurações são muito utilizadas em redes trifásicas, filtros elétricos e circuitos adaptadores. A conversão de uma topologia para outra é feita basicamente, superpondo uma topologia sobre a outra, como mostra a Figura 1.6:

Figura 1.6 | Representação esquemática da sobreposição das topologias triângulo e delta



Fonte: elaborada pelo autor.

Os resistores ( $R_a, R_b, R_c$ ) representam a topologia delta e os resistores  $R_1, R_2, R_3$  representam a topologia estrela. A conversão de delta para estrela é realizada por meio da seguinte regra: cada resistor da topologia estrela é resultado do produto dos resistores, nos ramos adjacentes da topologia delta, divididos pela soma dos três resistores também da topologia delta. Por exemplo, vamos obter a expressão matemática para o resistor  $R_1$ , considerando que conhecemos os resistores ( $R_a, R_b, R_c$ ) da topologia delta. Aplicando a regra, observamos que os resistores adjacentes ao resistor  $R_1$  são os resistores  $R_a$  e  $R_b$ , e a soma dos resistores é simplesmente a soma algébrica dos três resistores ( $R_a, R_b, R_c$ ). A equação para esse

resistor é  $R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$ . Seguindo essa regra, é possível obter as

demais expressões para os resistores  $R_2$  e  $R_3$ . A conversão de estrela para delta é realizada por meio da seguinte regra: cada resistor da topologia delta é resultado da soma de todos os produtos possíveis da topologia estrela, tomados dois a dois, dividido pelo resistor oposto na topologia estrela. Por exemplo, vamos obter a expressão matemática para o resistor  $R_a$ , considerando que conhecemos os resistores ( $R_1, R_2, R_3$ ) da topologia estrela. Aplicando a regra, observamos que existem três produtos tomados dois a dois e o resistor oposto

ao  $R_a$  é o  $R_2$ . Assim,  $R_a = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2}$ . Seguindo essa regra,

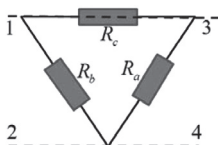
é possível obter as demais expressões para os resistores  $R_b$  e  $R_c$  (SADIKU; ALEXSANDER, 2009; DORF; SVOBODA, 2014).



### Exemplificando

Considere a Figura 1.7, que é uma representação esquemática circuito delta. Obtenha a topologia estrela equivalente em função dos resistores da topologia delta. Considere que  $R_a = 15 \Omega$ ,  $R_b = 10 \Omega$  e  $R_c = 25 \Omega$ .

Figura 1.7 | Representação esquemática da topologia delta



Fonte: elaborada pelo autor.

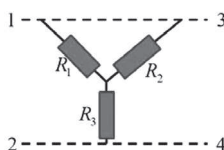
$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c} = \frac{10 \times 25}{50} = \frac{250}{50} = 5,0 \, \Omega;$$

$$R_2 = \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c} = \frac{15 \times 25}{50} = 7,5 \, \Omega$$

$$R_3 = \frac{R_b R_a}{R_a + R_b + R_c} = \frac{10 \times 15}{50} = 3,0 \, \Omega$$

Portanto, a topologia estrela equivalente é mostrada na Figura 1.8, com os seguintes valores para os resistores:  $R_1 = 5,0 \, \Omega$ ,  $R_2 = 7,5 \, \Omega$  e  $R_3 = 3,0 \, \Omega$ .

Figura 1.8 | Representação esquemática da topologia estrela



Fonte: elaborada pelo autor.



### Assimile

Vemos que a lei de Kirchhoff é muito útil para resolver circuitos elétricos. Contudo, ela tem limitações quando a complexidade desses aumenta. Utilizar a análise por mudança na topologia é, por vezes, muito útil. Esse procedimento não elimina a lei de Kirchhoff, mas sim a complementa. Portanto, as configurações estrela e delta somam-se à lei de Kirchhoff, para tornar a análise de circuitos menos trabalhosa.



### Refleta

Geradores trifásicos podem ser formados por um estator e um rotor. O estator é, basicamente, um conjunto de três bobinas dispostas em forma de círculo, formando  $120^\circ$  entre si. O rotor é um eixo no meio do círculo do estator. Se o rotor for um ímã e girar, pode induzir corrente elétrica no estator. O estator pode ser tratado como uma topologia estrela? A topologia estrela só pode ser utilizada para resistores? O que você acha?

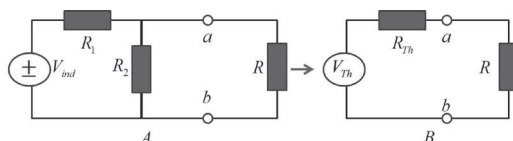
## Circuito equivalência de Thevenin e Norton

Em muitas situações diárias, interessa-nos somente o que acontece em partes do circuito, independentemente da complexidade do circuito. Por exemplo, em um circuito de residência, estamos interessados no que acontece somente no terminal do equipamento. A análise dessa situação é possível por meio do uso do teorema de Thevenin e Norton. Ambos os teoremas afirmam que é possível substituir um circuito com dois terminais por um circuito equivalente formado por uma fonte e um resistor. No caso do teorema de Thevenin, o circuito equivalente é uma fonte de tensão  $V_{Th}$  em série com um resistor  $R_{Th}$ . No caso do teorema de Norton, o circuito equivalente é uma fonte de corrente  $i_N$  em paralelo com um resistor  $R_N$ . Em ambos os casos, o tipo de fonte, independente ou dependente influência na aplicação do método, vamos estudá-los.

### Circuito equivalência de Thevenin com fonte de tensão independente

A Figura 1.9 é uma representação esquemática de um circuito com dois terminais a e b, e a representação de seu equivalente de Thevenin.

Figura 1.9a | Representação esquemática de um circuito com dois terminais



Fonte: elaborada pelo autor.

Na Figura 1.9a, tem-se a representação de um circuito qualquer com dois terminais. No circuito equivalente da Figura 1.9b,  $V_{Th}$  representa a tensão de Thevenin e  $R_{Th}$  representa a resistência de Thevenin. A tensão de Thevenin é calculada da seguinte

forma:  $V_{Th} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{ind}$ . Essa expressão é obtida em circuito aberto. A resistência de Thevenin é calculada da seguinte forma:

$R_{Th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ . Essa expressão é obtida desconsiderando todas as

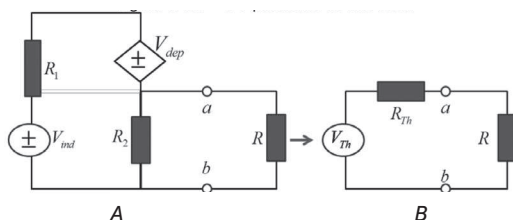
fontes independentes presentes no circuito (SADIKU; ALEXSANDER, 2009, DORF; SVOBODA, 2014).

## Circuito equivalência de Thevenin com fontes de Tensão dependente e independente

A Figura 1.10 é uma representação esquemática de um circuito com dois terminais a e b, e seu equivalente de Thevenin, na presença de fontes dependentes e independentes.

A Figura 1.10b é uma representação esquemática de um circuito com dois terminais e com fonte dependente

Figura 1.10b | o equivalente de Thevenin



Fonte: elaborada pelo autor.

No circuito da Figura 1.10a,  $R_1$  e  $R_2$  representam resistências internas,  $V_{dep}$  representa uma fonte de tensão dependente,  $V_{ind}$  representa a fonte de tensão independente e  $R$  representa uma carga. Na Figura 1.10b,  $V_{Th}$  representa a tensão de Thevenin e  $R_{Th}$  representa a resistência de Thevenin e  $R$  representa uma carga. A tensão de

Thevenin é calculada da seguinte forma:  $V_{Th} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + r} V_{ind}$ ,

em situação de circuito aberto. A corrente nos terminais a e b é

calculada da seguinte forma:  $i_{ab} = \frac{V_{ind}}{R_1 + r}$ , em situação de curto-circuito.

Assim, a resistência de Thevenin é calculada por meio da

seguinte equação:  $R_{Th} = \frac{V_{Th}}{i_{ab}} = \frac{R_2(R_1 + r)}{(R_1 + R_2 + r)}$ . Quando o circuito

tem somente fontes dependentes, o procedimento é inserir um potencial no circuito e medir a corrente elétrica gerada. A resistência

de Thevenin é  $R_{Th} = \frac{V_{externo}}{i_{gerad}}$  (SADIKU; ALEXSANDER, 2009; DORF; SVOBODA, 2014).

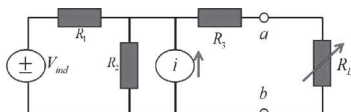


Calcule  $R_{Th}$  e  $V_{Th}$  para o circuito representado na Figura 1.11.

Onde  $R_1 = 4\Omega$ ;  $R_2 = 12\Omega$ ;  $R_3 = 1\Omega$ ;  $V_{ind} = 32V$ ;  $i = 2A$ .

Em seguida, considere duas resistências de cargas  $R_L = 6\Omega$  e  $R_L = 16\Omega$  e calcule a corrente que passa por elas, considerando uma por vez.

Figura 1.11 | Representação esquemática de um circuito com dois terminais e uma carga  $R_L$  variável

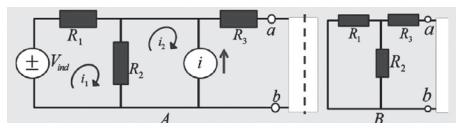


Fonte: elaborada pelo autor.

A Figura 1.12 é a representação esquemática dos circuitos equivalentes. A linha pontilhada serve apenas para separar as figuras. A Figura 1.12a é o circuito equivalente para calcular a tensão de Thevenin, e a Figura 1.12b é o circuito equivalente para calcular a resistência de Thevenin.

Figura 1.12a | Representação esquemática do um circuito para o cálculo da tensão de Thevenin

Figura 1.12b | Representação esquemática do circuito para o cálculo da resistência de Thevenin



Fonte: elaborada pelo autor.

O circuito tem somente fontes independentes. Assim, a resistência  $R_{Th}$  é obtida da seguinte forma:  $R_{Th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = \frac{4 \times 12}{4 + 12} + 1 = 4\Omega$ .

A tensão de Thevenin é obtida da seguinte forma, percorrendo as malhas formadas pelas resistências mais a fonte e a malha envolvendo a resistência dois e a fonte de corrente. A expressão obtida é;  $-32 + 4i_1 + 12(i_1 - i_2) = 0$  onde  $i_2 = -2A$ . Resolvendo para  $i_1$  obtemos  $i_1 = 0,5A$ . Com isto  $V_{Th} = 12(i_1 - i_2) = 12(0,5 + 2) = 30V$ .

Considerando a circuito equivalente de Thevenin, a corrente que passa pela carga é  $I_L = \frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L}$ . Para  $R_L = 6\Omega$ ,  $I_L = \frac{30}{4 + 6} = \frac{30}{10} = 3\Omega$ . Para

$R_L = 16\Omega$ ,  $I_L = \frac{30}{4 + 16} = \frac{30}{20} = 1,5\Omega$  (SADIKU; ALEXSANDER, 2009;

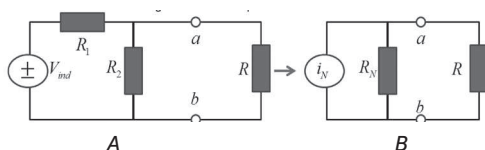
DORF; SVOBODA, 2014).

## Circuito equivalência de Norton com fonte de tensão independente

A Figura 1.13 é uma representação esquemática de um circuito com dois terminais a e b, e seu equivalente de Norton.

Figura 1.13a | Circuito com dois terminais

Figura 1.13b | O equivalente de Norton



Fonte: elaborada pelo autor.

No circuito da Figura 1.13a,  $R_1$  e  $R_2$  representam resistências internas,  $V_{ind}$  representa a fonte de tensão independente e  $R$  representa uma carga. Na Figura 1.13b,  $i_N$  representa a corrente de Norton e  $R_N$  representa a resistência de Norton e  $R$  representa uma carga. A corrente de Norton é calculada da seguinte forma:

$i_N = \frac{V_{ind}}{R_1}$ . Essa expressão é obtida em curto-circuito. A resistência de Norton é calculada da seguinte forma:  $R_N = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ . Essa expressão

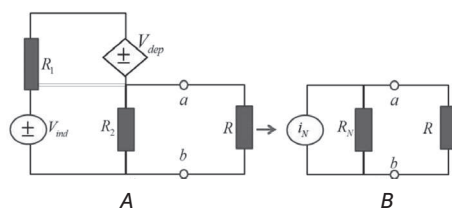
é obtida desconsiderando todas as fontes independentes presentes no circuito (SADIKU; ALEXSANDER, 2009; DORF; SVOBODA, 2014).

## Circuito equivalência de Norton com fontes de tensão dependentes e independentes

A Figura 1.14 é uma representação esquemática de um circuito com dois terminais a e b, e seu equivalente de Norton, na presença de fontes dependentes e independentes.

Figura 1.14a | Circuito com dois tipos de fontes

Figura 1.14b | O equivalente de Norton



Fonte: elaborada pelo autor.

Neste caso,  $i_N$  e  $R_N$  são calculadas da seguinte forma:

$i_N = \frac{V_{ind}}{R_1 + r}$ , em situação de curto-circuito. A tensão é

$V_N = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + r} V_{ind}$ , obtida em circuito aberto. A resistência é

$$R_N = \frac{V_N}{i_N} = \frac{R_2(R_1 + r)}{R_1 + R_2 + r}.$$

Quando o circuito tem somente fontes dependentes, o procedimento é inserir um potencial no circuito e medir a corrente

elétrica gerada. A resistência de Norton é  $R_N = \frac{V_{externo}}{i_{gerad}}$  (SADIKU;

ALEXSANDER, 2009; DORF; SVOBODA, 2014).



### Pesquise mais

Os teoremas de Norton e Thevenin são amplamente utilizados na teoria de circuitos elétricos. Uma questão interessante é sobre a concepção desses teoremas. Como eles foram “criados”? Eles decorrem de trabalhos isolados de cada sobre seu teorema? Existiram outros colaboradores, apoiadores? Sobre essa questão, uma boa referência é o trabalho

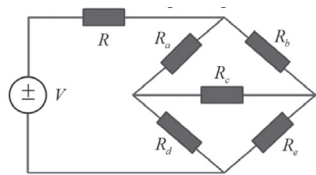
intitulado:  $R_N = \frac{V_{externo}}{i_{gerad}}$ .

(SADIKU; ALEXSANDER, 2009; DORF; SVOBODA, 2014).

## Sem medo de errar

Durante nossos estudos, vimos que, nos circuitos em que os resistores estão em série ou em paralelo, o uso das leis de Kirchhoff são suficientes. Porém, o circuito a ser considerado tem uma particularidade, pois existe resistor que não está nem em série nem em paralelo. Nesse caso, Jeremias, devemos utilizar a equivalência triângulo estrela equivalente para encontrar a resistência equivalente desse circuito. Basicamente, o que devemos fazer é considerar os resistores  $R_a$ ,  $R_b$  e  $R_c$ , da Figura 1.15, como um equivalente triângulo.

Figura 1.15 | Representação esquemática da ponte de Wheatstone com um resistor no lugar do galvanômetro

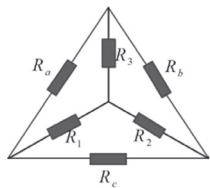


Fonte: elaborada pelo autor.

Utilizando o princípio da superposição, devemos construir o circuito estrela equivalente. A Figura 1.16 representa a mudança do delta para o equivalente. Aplicando as condições,

$$R_1 = (R_a R_c) / (R_a + R_b + R_c), \quad R_2 = (R_b R_c) / (R_a + R_b + R_c) \quad \text{e} \\ R_3 = (R_a R_a) / (R_a + R_b + R_c)$$

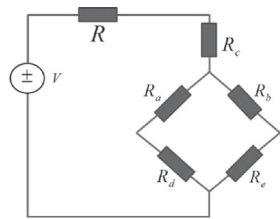
Figura 1.16 | Representação esquemática da conversão delta estrela



Fonte: elaborada pelo autor.

A nova topologia é:

Figura 1.17 | Representação esquemática da conversão delta estrela



Fonte: elaborada pelo autor.

Com essa alteração, os resistores  $R_a$  e  $R_d$ , assim como  $R_b$  e  $R_e$ , estão em série entre si. O resistor equivalente desses resistores está em série com os resistores  $R_c$  e  $R$ , portanto, a lei de Kirchhoff é completamente aplicável. Assim, “eliminamos” o resistor  $R_4$  do circuito. Por meio dessa alteração, o circuito passa a ter uma topologia série/paralelo convencional. Dessa forma, poderemos substituir

a ponte de Wheatstone modificada por um resistor equivalente. Trocamos, então, um circuito com seis resistores e uma fonte de tensão por um circuito com um resistor e uma fonte de tensão.

## Avançando na prática

### Circuito resistivo com fonte de alimentação natural

#### Descrição da situação-problema

Uma possível aplicação para circuito resistivo é como fonte de aquecimento. Desembaçadores de vidro de automóvel, aquecedores residências. Uma aplicação não muito conhecida, porém não menos importante, é no processo de degelo em fuselagem de aviões. Durante o voo, pode formar gelo em partes da fuselagem da aeronave. Uma forma de eliminar esse problema é colocar circuitos resistivos nessas partes de forma que derreta o gelo. Esse sistema ou tem uma fonte somente para ele ou utiliza partes do circuito já existente na aeronave como fonte de corrente elétrica. Como engenheiro, você foi procurado para dar uma solução alternativa para a questão da fonte de alimentação destes circuitos resistivos.

#### Resolução da situação-problema

Já vem de longa data o estudo sobre materiais absorvedores de radiação eletromagnética. Esses materiais são dielétricos não ideais, o que significa que sua condutividade é diferente de zero menor que a condutividade dos condutores. Basicamente, esses materiais absorvedores de radiação transformam parte da radiação incidente em calor. Esse calor é gerado devido ao movimento desordenado dos elétrons na sua estrutura. Uma vez que é uma onda eletromagnética que está gerando calor, esse sistema está sendo alimentado por uma fonte natural e bastante disponível na atmosfera. Portanto, uma solução seria produzir esses materiais dielétricos, otimizando essa transdutância. Esse procedimento não eliminaria a fonte de alimentação, mas aumentaria a eficiência do processo de degelo.

## Faça valer a pena

**1.** De forma geral, nos circuitos, os resistores podem ser alocados em série e/ou em paralelo. Em série, eles compartilham um nó do circuito e transportam a mesma corrente. Em paralelo, eles compartilham os mesmos

dois pares de nós e têm o mesmo potencial em ambos os terminais. Os resistores em série atuam como divisores de tensão ou tensão elétrica. Já os resistores em paralelo atuam como divisor de corrente elétrica. Os circuitos resistivos têm grande utilidade nos sistemas elétricos. Das alternativas a seguir, qual descreve corretamente a função desse tipo de circuito?

- a) Geram energia elétrica para o circuito.
- b) Atuam como armazenadores de energia elétrica.
- c) Atuam como divisores de corrente e tensão elétrica.
- d) Atuam como geradores de campo magnético.
- e) Geram corrente elétrica variável.

**2.** A análise de circuitos resistivos com resistores em série e em paralelo é muito bem realizada por meio das leis de Kirchhoff. Porém, não é difícil encontrar circuitos em que existem Resistores que não estão nem em série nem em paralelo, como a ponte de Wheatstone.

No caso de circuitos resistivos que apresentam resistores que não estão nem em série nem em paralelo, como fazer a análise desse circuito?

- a) Pode ser realizada por meio das Leis de Newton.
- b) Pode ser realizada usando, exclusivamente, aproximações experimentais.
- c) Pode-se utilizar as topologias Estrela e Delta.
- d) Neste caso, não se pode analisar o circuito.
- e) Pode-se utilizar as leis da termodinâmica.

**3.** Ambos os teoremas de Thevenin e Norton afirmam que é possível trocar um circuito terminado por dois terminais; pode ser substituído por um equivalente bem mais simples. No caso do teorema de Thevenin, o circuito equivalente é uma fonte de Tensão  $V_{Th}$  em série com um resistor  $R_{Th}$ . No caso do teorema de Norton, o circuito equivalente é uma fonte de corrente  $i_N$  em paralelo com um resistor  $R_N$ . Em ambos os casos, o tipo de fonte, se é independente ou dependente, influencia na aplicação do método.

Ambos os métodos de Thevenin e Norton são muito úteis em projeto de circuito. Das alternativas a seguir, qual representa as grandezas físicas básicas que cada método utiliza?

- a) O Norton: tensão e resistência; Thevenin: corrente e resistência.
- b) O Norton: corrente e resistência; Thevenin: tensão e resistência.
- c) O Norton: temperatura e resistência; Thevenin: tensão e corrente.
- d) O Norton: capacitância e resistência; Thevenin: indução e resistência.
- e) O Norton: corrente e pressão; Thevenin: tensão e intensidade.

# Seção 1.3

## Circuitos de primeira e segunda ordem

### Diálogo aberto

Nesta seção, nosso foco é o estudo das características básicas dos circuitos elétricos de primeira e segunda ordem, chamados de RC, RL e RLC. Esses circuitos formados pela combinação dos elementos básicos, e não somente por resistores, têm presença significativa em nosso dia a dia. Basicamente, os capacitores e indutores são elementos armazenadores de energia elétrica e magnética, respectivamente. Essa energia armazenada pode ser recuperada e utilizada em outros locais. Circuitos integradores, diferenciadores, computadores analógicos, fontes de tensão e transformadores de rádios são algumas das aplicações de circuitos formados RC e RL. No caso dos circuitos RLC, soma-se a aplicação como circuito ressonante.

Na Seção 1.1, foram conceituados os elementos básicos de um circuito, juntamente com os conceitos de potência, energia e potencial elétrico e circuito elétrico. Na Seção 1.2, foram estudados o conceito de circuito resistivo e as técnicas de análise de circuitos elétricos. Nesta seção, iremos estudar as consequências de combinar elementos dissipadores, como os resistores e elementos armazenadores, como capacitor e indutor.

Esses estudos serão úteis para resolver um problema bem interessante que está agitando a Zumbido. Um cliente quer colocar um airbag no seu automóvel. Ele quer saber se tem como construir um circuito elétrico para auxiliar no acionamento do airbag. Basicamente, o dispositivo é acionado por uma desaceleração brusca. A partir dessa desaceleração, um circuito elétrico gera uma faísca dentro do airbag, inflando a bolsa de gás. Será que é possível modelar um circuito para gerar essa faísca? Que característica do sistema deve ser alterada para que o acionamento do sistema seja feito mais rapidamente? Como o circuito elétrico pode tornar o sistema de acionamento possível? Que característica do sistema deve ser alterada para que ele fique mais rápido ou lento? Vamos encarar mais esse desafio?

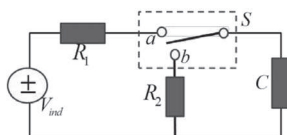
## Não pode faltar

A combinação de vários resistores com fontes de tensão e/ou corrente gera equações matemáticas algébricas. Uma vez que essas equações não envolvem derivadas, elas são consideradas de fácil resolução, pois suas regras são estabelecidas no ensino básico. Por outro lado, quando são combinados resistores, capacitores e indutores, juntamente com as fontes, o resultado é que as equações geradas pelas leis de Kirchhoff são equações diferenciais. Essas equações são caracterizadas por apresentar termos com derivada na sua constituição. Essas equações são classificadas quanto à sua ordem, sendo que a ordem da equação é dada pela maior derivada presente. Equação de 1ª ordem tem a derivada primeira como sua maior derivada, equação de 2ª ordem tem a derivada segunda como sua maior derivada, e assim sucessivamente. Circuitos elétricos que levam a equações de 1ª ordem são chamados de circuitos de 1ª ordem. Circuitos que levam a equações de 2ª ordem são chamados de circuitos de 2ª ordem. Sejam eles de 1ª ou de 2ª ordem, eles podem ser autônomos e não autônomos. Circuitos autônomos são aqueles que não contêm fontes independentes, por outro lado, os circuitos não autônomos apresentam fontes independentes em sua topologia. Neste estudo, vamos tratar dos circuitos de 1ª ordem não autônomos, em seguida, dos circuitos autônomos. Finalizamos os nossos estudos com os circuitos de segunda ordem autônomos e não autônomos (SADIKU; ALEXANDER, 2009).

### Circuitos RC com fonte de tensão

Iniciemos nosso estudo considerando o circuito representado na Figura 1.18. Nele, uma fonte de tensão pode fornecer energia para um resistor  $R_1$ ,  $R_2$  e para o capacitor  $C$ . Uma chave  $S$  é utilizada para separar a alimentação entre dois ramos do circuito. Quando a chave  $S$  está ligada ao terminal  $a$ , o circuito é formado pela fonte de tensão, o resistor  $R_1$  e o capacitor  $C$ . Nesse caso, temos um circuito RC com fonte independente, portanto, não autônomo.

Figura 1.18 | Representação esquemática de um circuito de 1ª ordem



Fonte: elaborada pelo autor.

Aplicando a lei de Kirchhoff para a tensão nesse circuito, obtemos:  $V_{ind} - R_1 i - q / C = 0$ . Nesta equação,  $V_{ind}$  representa a fonte de tensão,  $R_1$  representa a resistência do resistor,  $i$  representa a corrente elétrica,  $q$  representa a carga no capacitor e  $C$  representa a capacitância do capacitor. Nosso objetivo é construir uma equação que representa a variação instantânea da carga, corrente e potencial elétrico desse circuito. Variações instantâneas significam considerar variações de tempo infinitesimalmente pequenas. Essa consideração leva à geração de derivadas nestas equações. A relação entre corrente elétrica e as cargas elétricas é  $i = dq / dt$ . Substituindo essa relação na equação da lei de Kirchhoff e separando os termos que dependem da derivada dos termos que não dependem diretamente da derivada,

obtemos:  $\frac{dq}{dt} + \frac{q}{R_1 C} = \frac{V}{R_1}$ . Essa equação representa a equação

diferencial do circuito representado na Figura 1.18. É uma equação diferencial de 1ª ordem, portanto, representa um circuito de 1ª ordem. Utilizando o método do fator integrante para resolver essa equação, obtemos:  $q(t) = V_{ind} C - V_{ind} C e^{-t/R_1 C}$ . Essa equação representa como a carga varia no capacitor. Note que se  $t = 0$ , que representa o exato instante em que a chave é ligada, a carga no capacitor é nula. Por outro lado, para  $t \rightarrow \infty$ , o segundo termo tende a zero e a carga no capacitor é aquela que a fonte pode fornecer. O termo  $RC$  no

denominador da equação diferencial  $\frac{dq}{dt} + \frac{q}{R_1 C} = \frac{V}{R_1}$  é chamado

de tempo característico do circuito,  $\tau_C^{(1)} = R_1 C$ . Ele representa o quão rápido ou lento o capacitor é carregado. Numericamente, ele representa o tempo para o capacitor armazenar 63,2% de sua capacidade máxima. Esse valor é obtido considerando  $t = \tau_C^{(1)}$  na equação  $q(t) = V_{ind} C - V_{ind} C e^{-t/R_1 C}$ . O potencial no capacitor é obtido considerando  $V_C(t) = q(t) / C = V_{ind} (1 - e^{-t/\tau_C^{(1)}})$ . A corrente

no capacitor é  $i_C = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{V_{ind} C}{R_1 C} e^{-t/\tau_C^{(1)}}, i_C = \frac{V_{ind} C}{\tau} e^{-t/\tau_C^{(1)}}$ .

(SADIKU; ALEXANDER, 2009, DORF; SVOBODA, 2014).



O tempo característico do circuito representa o tempo que aquela combinação de capacitor e resistor leva para armazenar ou liberar energia. O tempo característico é um parâmetro fundamental de um circuito elétrico. O tempo de carga representa o tempo que o capacitor leva para acumular toda carga que é possível. A carga é fornecida pela fonte de tensão. O tempo de descarga representa o tempo que ele leva para entregar esta carga acumulada para outro elemento.

## Circuitos RC sem fonte de tensão

Agora, considere a Figura 1.18 e a chave ligada no terminal **b**. Nesse caso, a fonte não está mais participando do circuito, de forma que ele é formado pelo resistor  $R_2$  e pelo capacitor  $C$ . O circuito ainda é um  $RC$ , porém, agora, sem fonte independente, portanto, é um circuito autônomo. Aplicando a lei de Kirchhoff para corrente, obtemos:

$C \frac{dV}{dt} + \frac{V}{R_2} = 0$ . Nesta equação,  $C$  representa a capacitância,  $R_2$  representa a resistência do circuito,  $V$  representa o potencial no circuito. Essa equação é igualada a zero devido ao fato de não se ter fonte no sistema. Dividindo a equação  $C \frac{dV}{dt} + \frac{V}{R_2} = 0$  por  $C$ , obtemos  $\frac{dV}{dt} + \frac{V}{CR_2} = 0$ , que é a equação diferencial que representa

o circuito da Figura 1.18 quando a chave está ligada no terminal **b**. É uma equação diferencial de 1ª ordem, portanto, representa um circuito de 1ª ordem. A solução desta equação é:  $V(t) = V_0 e^{-t/\tau_C^{(2)}}$ , em que  $\tau_C^{(2)} = R_2 C$ , agora, representa o tempo necessário para que o potencial no capacitor diminua 36,8% do seu valor inicial. Esse valor é obtido fazendo  $t = \tau_C^{(2)}$  na equação  $V(t) = V_0 e^{-t/\tau_C^{(2)}}$ .



O tempo para o capacitor perder 36,8 % de sua energia inicial é  $t = \tau$ . Uma pergunta interessante é: quanto tempo leva para perder mais de 99% da energia do capacitor? Uma forma de responder a esta questão é fazer  $t = 2\tau$ ,  $t = 3\tau$ ,  $t = 4\tau$  e assim até se obter um número maior que 99%. Fazendo esta conta, encontra-se que, seja qual

for a combinação de resistor e capacitor, quando  $t = 5\tau$ , então, tem-se menos de 1% da energia inicial no capacitor, considera-se que ele está descarregado.

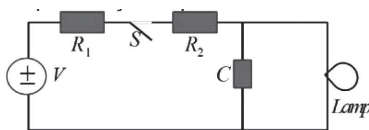
O valor inicial do potencial no capacitor é aquele do circuito com fonte  $V_C(t) = V_{ind}(1 - e^{-t/\tau_C^{(1)}}) = V_0$ . Quando a chave é desligada do terminal  $a$  e ligada no terminal  $b$ , então, o potencial no capacitor é o potencial do instante do desligamento da chave do terminal  $a$ . Quando a energia sai do capacitor e percorre o circuito, ao passar pelo resistor, ela é dissipada. Podemos calcular a corrente que atravessa o resistor da seguinte forma:  $i(t) = V_C(t) / R_2$ , substituindo o potencial no capacitor, temos:  $i(t) = \frac{V_C(t)}{R_2} = \frac{V_0}{R_2} e^{-t/\tau_C^{(2)}}$ . A potência dissipada é:  $P = R_2 i^2$ , substituindo a corrente no resistor obtemos:  $P = \frac{V_0^2}{R_2} e^{-2t/\tau_C^{(2)}}$ . (SADIKU; ALEXANDER, 2009, DORF; SVOBODA, 2014).



### Exemplificando

Uma aplicação de um circuito RC pode ser observada no circuito de retardo representado na Figura 1.19.

Figura 1.19 | Representação esquemática de um circuito de retardo



Fonte: elaborada pelo autor.

A fonte fornece tensão suficiente para acender a lâmpada. Quando a chave é fechada, o capacitor carrega com um taxa dada pela constante de tempo  $(R_1 + R_2)C$ . Apagada, a lâmpada atua como um circuito aberto. Quando atinge o potencial de emissão, ela atua como um elemento e baixa resistência elétrica, e o capacitor descarrega nela. Assim, a tensão no capacitor cai e a lâmpada apaga. Esse ciclo de carga e descarga do capacitor leva a lâmpada a acender e a apagar no mesmo ciclo. Variando a resistência de um dos resistores, pode-se alterar esse ciclo, aumentando

ou diminuindo. Por exemplo, para  $R_1 = 1,5 M\Omega$ ,  $0 < R_2 < 2,5 M\Omega$  e um capacitor de  $C = 0,1 \mu F$ , os tempos característicos podem variar de:

$$\tau = (R_1 + R_2)C = (1,5 \times 10^6)0,1 \times 10^{-6} = 0,15 \text{ s}, \quad \text{para} \quad R_2 = 0\Omega \quad \text{e}$$

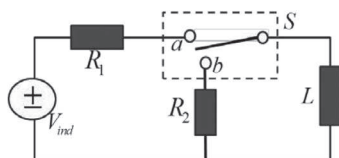
$$\tau = (R_1 + R_2)C = (1,5 \times 10^6 + 2,5 \times 10^6)0,1 \times 10^{-6} = 0,40 \text{ s}$$

para  $R_2 = 2,5 M\Omega$ .

## Circuitos RL com fonte de tensão

Considere o circuito elétrico representado na Figura 1.20. Nele, uma fonte de tensão pode fornecer energia para um resistor  $R_1$ ,  $R_2$  e para o indutor  $L$ . Uma chave  $S$  é utilizada para ativar/desativar uma parte do circuito de outra parte. Quando a chave  $S$  está ligada ao terminal  $a$ , o circuito é formado pela fonte de tensão, o resistor  $R_1$  e o capacitor  $L$ . Nesse caso, temos um circuito RL com fonte independente, portanto, não autônomo.

Figura 1.20 | Representação esquemática de um circuito RL de 1ª ordem



Fonte: elaborada pelo autor.

Novamente, o nosso trabalho consiste em obter as expressões para a corrente e o potencial no circuito elétrico. Ligando a chave no terminal  $a$ , uma corrente irá percorrer o circuito até o indutor. Nesse momento, uma FEM autoinduzida se estabelecerá no indutor, dada por:  $\xi = L di / dt$ . Essa FEM gera um campo magnético que se opõe ao campo magnético gerado pela corrente elétrica principal. Esse efeito permite que energia magnética seja armazenada no campo magnético. Dessa forma, esse circuito comporta-se como um RC, porém, armazenando campo magnético ao invés de campo elétrico. Aplicando a lei de Kirchhoff para o potencial, obtemos:  $V_0 - R_1 i - L di / dt = 0$ . Essa equação corresponde à

seguinte equação diferencial:  $\frac{di}{dt} + \frac{R_1}{L} i = V_0$ . A solução dessa

equação diferencial é:  $i(t) = \frac{V_0}{R_1} \left(1 - e^{-t/\tau_L^{(1)}}\right)$ , onde  $\tau_L^{(1)} = L / R_1$  representa o tempo característico do circuito. O potencial no indutor é:  $V_L(t) = L \frac{di}{dt} = V_0 e^{-t/\tau_L^{(1)}}$ . Essa equação mostra que, para tempos muito grandes, o potencial no indutor tende a zero. Por que isso acontece? Bem, à medida que a corrente vai aumentando, ela tende a se estabilizar. Assim, sua derivada é cada vez menor. Como o potencial é diretamente proporcional a essa derivada, quando a corrente atinge seu valor máximo, a derivada é mínima, portanto, o potencial também é mínimo (SADIKU; ALEXANDER, 2009, DORF; SVOBODA, 2014).

### Circuitos RL sem fonte de tensão

Agora, considere a Figura 1.20 e a chave ligada no terminal *b*. Nesse caso, a fonte não está mais participando do circuito e é formada pelo resistor  $R_2$  e pelo capacitor  $L$ . O circuito ainda é um RL, porém, agora é um circuito autônomo, pois a fonte independente foi desligada. Aplicando a lei de Kirchhoff para o potencial, obtemos:

$$L \frac{di}{dt} + R_2 i = 0. \text{ Nessa equação, } L \text{ representa a capacitância, } R_2$$

representa a resistência do circuito e  $i$  representa a corrente elétrica no circuito. Essa equação é igualada a zero devido ao fato de não se ter fonte no sistema. A solução para essa equação é:  $i(t) = I_0 e^{-t/\tau_L^{(2)}}$ , em que  $\tau_L^{(2)} = L / R_2$ . Nesse caso, a corrente  $I_0$  é a corrente máxima da situação do circuito com fonte de tensão. A tensão no resistor é:  $V_{R_2}(t) = R_2 I_0 e^{-t/\tau_L^{(2)}}$ . A potência dissipada é dada por:  $P(t) = R_2 I_0^2 e^{-2t/\tau_L^{(2)}}$ . (SADIKU; ALEXANDER, 2009, DORF; SVOBODA, 2014).



#### Refleta

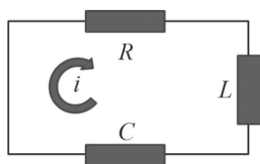
Nosso estudo sobre circuitos RC e RL permite concluir que o tempo característico é função da resistência envolvida no circuito. Considerando a Figura 1.18, se  $R_1 > R_2$ , o tempo de carregamento do capacitor será maior que o tempo de descarregamento. Esse raciocínio é igualmente

válido para o circuito da Figura 1.20. Assim, se a relação entre os resistores  $R_1$  e  $R_2$  se alteram, o tempo característico também se altera. Será que esta característica tem importância prática? O que se pode ou já e feito a partir desta característica?

## Circuito RLC em série sem fonte de tensão

Vamos estudar, agora, o circuito RLC, que está representado pela Figura 1.21. Esse circuito resulta da combinação de um ou mais capacitor, indutor e resistor. No nosso caso, ele é percorrido por uma corrente contínua. Esses circuitos são caracterizados por uma equação diferencial de 2ª ordem.

Figura 1.21 | Representação esquemática de um circuito RLC de 2ª ordem



Fonte: elaborada pelo autor.

Vamos considerar que em  $t = 0s$  a corrente no indutor é  $i_L(t = 0) = I_0$  e o potencial no capacitor é  $V_C(t = 0) = V_0$ . Aplicando a lei de Kirchhoff, obtemos:  $V_C + V_L + V_R = 0$ . O potencial no capacitor é:  $V_C = q / C$ , no indutor é:  $V_L = L(di / dt)$ , e no resistor é:  $V_R = Ri$ . Utilizando essas equações na lei de Kirchhoff, obtemos:

$q / C + L(di / dt) + Ri = 0$ . Considerando que  $q = \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau$ , a equação diferencial correspondente é:  $\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{i}{LC} = 0$ .

A equação característica é obtida por substituição da derivada 1ª por  $s$  e da derivada segunda por  $s^2$ . Assim, a equação característica é:  $s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC} = 0$ . As raízes dessa equação são

$s_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$  e  $s_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$ . Nessas equações,  $\alpha = R / 2L$  e representa o fator de amortecimento do sistema

e  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ , e representa a frequência natural do sistema. Com essas definições, a equação diferencial do circuito torna-se:  $\frac{d^2 i}{dt^2} + \alpha \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = 0$ . A solução dessa equação depende

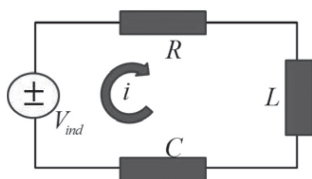
fortemente da relação entre  $\alpha$  e  $\omega_0$ . Se  $\alpha = \omega_0$ , então, a solução é:  $i(t) = (A_2 + A_1 t)e^{-\alpha t}$ , conhecida como amortecimento crítico. Se  $\alpha > \omega_0$ , então, a solução é:  $i(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$ , conhecida como amortecimento supercrítico. Se  $\alpha < \omega_0$  a solução é:

$i(t) = e^{-\alpha t} (B_1 \cos(\omega_d t) + B_2 \sin(\omega_d t))$ , em que  $\omega_d = \sqrt{(\omega_0^2 - \alpha^2)}$ . Essa solução é conhecida como subamortecimento (SADIKU; ALEXANDER, 2009, DORF; SVOBODA, 2014).

## Circuito RLC em série com fonte de tensão

Vamos estudar, agora, o circuito RLC que está representado pela Figura 1.22. Esse circuito resulta da combinação de um ou mais capacitor, indutor e resistor, porém agora, ele contempla uma fonte de tensão contínua. Esses circuitos são caracterizados por uma equação diferencial de 2ª ordem.

Figura 1.22 | Representação esquemática de um circuito RLC de 2ª ordem com fonte de alimentação



Fonte: elaborada pelo autor.

A equação diferencial desse circuito é:  $\frac{d^2 v}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dv}{dt} + \frac{v}{LC} = \frac{V_s(t)}{LC}$ .

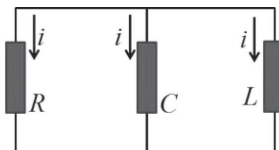
Note que agora há um agente externo, a fonte de tensão elétrica. A solução dessa equação diferencial é:  $V(t) = V_s + V_h$ . Nessa equação,  $V_s$  representa a solução em estado estacionário e está relacionada com a presença da fonte externa, e  $V_h$  representa a solução natural do circuito, sendo conhecida como solução homogênea. A parte homogênea da solução da equação diferencial é exatamente a mesma da situação em que não há fontes no circuito.

A solução particular tem o mesmo jeito matemático da função que representa o potencial  $V_s$ . Portanto, se  $\alpha = \omega_0$ , então, a solução da equação diferencial é:  $V(t) = V_s + (A_2 + A_1 t)e^{-\alpha t}$ . Se  $\alpha > \omega_0$ , então, a solução é:  $V(t) = V_s + (A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t})$ . Se  $\alpha < \omega_0$  a solução é:  $V(t) = V_s + e^{-\alpha t} (B_1 \cos(\omega_d t) + B_2 \sin(\omega_d t))$ , em que  $\omega_d = \sqrt{(\omega_0^2 - \alpha^2)}$ . Essa solução corresponde ao subamortecimento. (SADIKU; ALEXANDER, 2009, DORF; SVOBODA, 2014).

### Circuito RLC em paralelo sem fonte de tensão

Vamos estudar, agora, o circuito RLC, que está representado pela Figura 1.23. Esse circuito resulta da combinação de um capacitor, indutor e resistor, combinados em paralelo sem fonte de tensão e/ou corrente elétrica contínua. Esses circuitos são caracterizados por uma equação diferencial de 2ª ordem.

Figura 1.23 | Representação esquemática de um circuito RLC em paralelo sem fonte externa



Fonte: elaborada pelo autor.

Vamos considerar que em  $t = 0s$  a corrente no indutor é  $i_L(t = 0) = I_0$  e o potencial no capacitor é  $v_C(t = 0) = V_0$ . Como eles estão em paralelo, estão submetidos ao mesmo potencial. Aplicando a lei de Kirchhoff para o potencial, obtemos:  $V_C + V_L + V_R = 0$ .

A equação diferencial para esse sistema é  $\frac{d^2 v}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{dv}{dt} + \frac{v}{LC} = 0$ .

A equação característica é obtida por substituição da derivada primeira por  $s$  e da derivada segunda por  $s^2$ . Assim, a equação

característica é:  $s^2 + \frac{1}{RC} s + \frac{1}{LC} = 0$ . As raízes dessa equação são

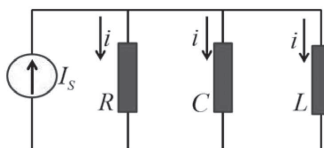
$s_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$  e  $s_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$ . Nessas equações,

$\alpha = 1/2RC$  e representa o fator de amortecimento do sistema e  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  e representa a *frequência natural* do sistema. A solução dessa equação depende fortemente da relação entre  $\alpha$  e  $\omega_0$ . Se  $\alpha = \omega_0$ , então a solução é:  $v(t) = (A_2 + A_1 t)e^{-\alpha t}$ , conhecida como *amortecimento crítico*. Se  $\alpha > \omega_0$ , então a solução é:  $v(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$ , conhecida como *amortecimento supercrítico*. Se  $\alpha < \omega_0$ , a solução é:  $v(t) = e^{-\alpha t} (B_1 \cos(\omega_d t) + B_2 \sin(\omega_d t))$ , onde  $\omega_d = \sqrt{(\omega_0^2 - \alpha^2)}$ . Essa solução é conhecida como subamortecimento (SADIKU; ALEXANDER, 2009, DORF; SVOBODA, 2014).

### Circuito RLC em paralelo com fonte de tensão

Considerando o circuito RLC representado na Figura 1.24, vamos determinar a corrente devido à fonte de corrente presente no sistema.

Figura 1.24 | Representação esquemática de um circuito RLC em paralelo com fonte externa



Fonte: elaborada pelo autor.

Aplicando a lei de Kirchhoff para corrente, obtemos:  $i_C + i_L + i_R = I_s$ . A equação diferencial para esse circuito é

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{di}{dt} + \frac{i}{LC} = \frac{I_s}{LC}. \text{ A solução dessa equação diferencial é:}$$

$i(t) = i_s + i_h$ . Nessa equação,  $i_s$  representa a solução em estado estacionário, está relacionada com a presença da fonte externa e  $i_h$  representa a solução natural do circuito, sendo conhecida como solução homogênea. A parte homogênea da solução da equação diferencial é exatamente a mesma da situação em que não há fontes no circuito. A solução particular tem o mesmo jeito matemático da função que representa o potencial  $V_s$ . Portanto, se  $\alpha = \omega_0$ , então, a

solução da equação diferencial é:  $i(t) = i_s + (A_2 + A_1 t)e^{-\alpha t}$ . Se  $\alpha > \omega_0$ ,

então, a solução é:  $i(t) = i_s + (A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t})$ . Se  $\alpha < \omega_0$  a solução é:

$$i(t) = i_s + e^{-\alpha t} (B_1 \cos(\omega_d t) + B_2 \sin(\omega_d t)), \text{ em que } \omega_d = \sqrt{(\omega_0^2 - \alpha^2)}.$$

Essa solução correspondente ao subamortecimento (SADIKU; ALEXANDER, 2009; DORF; SVOBODA, 2014).



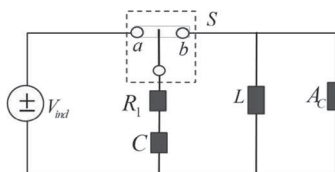
### Pesquise mais

Até o momento, estudamos os circuitos elétricos como elementos para realizar uma tarefa. Um exemplo é o circuito de retardo. De forma geral, o circuito é utilizado para gerar um caminho por onde a energia elétrica flui. Mas e quando uma onda eletromagnética incide em um objeto? Essa interação pode ser representada por um circuito elétrico? Por exemplo, uma molécula da pele sob sol diário: este sistema pode ser representado por um circuito elétrico? Que tipo de circuito elétrico: RC, RL ou RLC? Você encontrará conteúdo útil em ALEXANDER, C.; SADIKU, M. **Fundamentos de circuitos elétricos**. 5. ed. Porto Alegre: AMGH Editora, 2013. Disponível em: <<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788580551730/cfi/0!/4/4@0:0.00>>. Acesso em: 4 maio 2017. Pesquise também em GARCIA, E. A. C. **Biofísica**. 2. ed. São Paulo: Sarvier, 2015.

## Sem medo de errar

Agora que nós estudamos as características dos circuitos de primeira ordem, vamos resolver o problema do nosso cliente. Primeiramente, vamos saber como o airbag é acionado. Basicamente, o equipamento é acionado por uma desaceleração brusca. A partir dessa desaceleração, um circuito elétrico gera uma faísca dentro do dispositivo, inflando a bolsa de gás. Portanto, precisamos modelar um circuito que gera esta faísca. Esse circuito acionador pode ser um circuito RLC, como apresentado na Figura 1.25. Ele é formado por uma chave  $S$ , um resistor  $R_1$  em série com um capacitor  $C$ , um indutor  $L$  e o acionamento do airbag  $A$ . Esse acionador ser uma célula que inflama sob a passagem de corrente elétrica. Quando a chave está ligada no terminal a o capacitor será carregado. Sendo a resistência  $R_1$  muito pequena, o tempo característico será pequeno, portanto, o processo será rápido.

Figura 1.25 | Representação esquemática de um circuito RLC de 2ª ordem com fonte de tensão contínua e uma chave



Fonte: elaborada pelo autor.

Quando a chave estiver ligada no terminal ***b***, simulando uma desaceleração suficiente para exigir o acionamento do airbag, o capacitor será descarregado para o novo circuito, agora sem a fonte. Sendo muito rápido esse processo, lembrando que a resistência  $R_1$  é pequena, uma corrente será gerada no indutor, que, por sua vez, vai gerar uma força eletromotriz e alimentará o acionador do airbag  $A_c$ . Como o processo de descarga do capacitor será rápido, a variação da corrente no indutor será grande, gerando um potencial induzido grande. Assim, temos um processo rápido e com energia amplificada pelo indutor, que possibilita gerar uma faísca que irá permitir que a bolsa seja inflada. Note, Jeremias, que o capacitor e o indutor permitem que possamos “mexer” com o tempo do circuito. Alterando  $R_1$ , podemos deixar a descarga mais rápida ou mais lenta. Sendo  $R_1$  pequeno, a corrente no indutor cresce rapidamente, gerando uma FEM grande. Assim, o indutor permite que uma corrente elétrica maior atravessasse o acionador, se comparado com a situação que não tem indutor.

## Avançando na prática

### Circuitos de retardo

#### Descrição da situação-problema

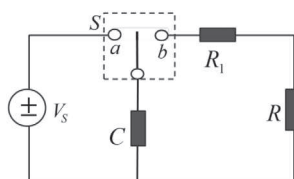
A geração de energia alternativa está em alta. Vários dispositivos são encontrados para a geração por essa via. Uma empresa, a SEA, soluções em energia alternativa, está com uma proposta de construir um sistema que utilize a energia de uma bateria, já carregada com fonte alternativa, e a distribua de forma controlada. Esse controle é temporal, ou seja, deve se permitir que a energia acumulada na bateria seja entregue a um sistema em tempos

diferentes. Ela quer que esse sistema esteja de tal forma que basta somente conectar a bateria no sistema e usá-lo. Você, como engenheiro, foi procurado para dar uma ideia de como resolver esta questão.

### Resolução da situação-problema

Os circuitos RC e RL são utilizados, entre outras coisas, devido à sua capacidade de alterar o tempo de resposta/atuação. Em outras palavras, no que se refere ao processo de carga e descarga, ao alterarmos o valor do resistor, a carga pode ficar mais rápida ou mais lenta. Assim, combinando um RC com um RL e ambos chaveados com a bateria é possível produzir circuitos com tempos de resposta diferentes. O circuito da Figura 1.26 representa um sistema que permite descarga de capacitor em tempos diferentes.

Figura 1.26 | Representação esquemática de um circuito RC.



Fonte: elaborada pelo autor.

Quando a chave está conectada no terminal a, o capacitor é carregado. Quando a chave é conectada no terminal b, o capacitor descarrega em um circuito autônomo, com um tempo característico  $\tau = R_1 C$ . O resistor R representa uma carga. Alterando  $R_1$ , altera-se o tempo de descarga do capacitor. Uma vez que o tempo de entrega da energia se altera, a potência está se alterando. Assim, pode-se entregar potências diferentes com uma mesma fonte de tensão. Esse tipo de circuito pode ser utilizado como gerador de centelha, como flash em lâmpadas.

### Faça valer a pena

**1.** Os circuitos resistivos simples, quando submetidos às leis de Kirchhoff, são caracterizados por apresentarem equações algébricas. Por outro lado, quando são combinados resistores, capacitores e indutores, juntamente com as fontes, o resultado é que as equações geradas pelas leis de

Kirchhoff são equações diferenciais. Essas equações são caracterizadas por apresentar termos com derivada na sua constituição. Elas também são classificadas quanto à sua ordem, sendo que a ordem da equação é dada pela maior derivada presente na equação.

Em termos da presença de derivadas na constituição das equações governantes, como são classificados os circuitos elétricos formados por um resistor e um elemento armazenador e os circuitos elétricos formados por um resistor e dois elementos armazenadores diferentes, respectivamente?

- a) Circuitos de 1ª ordem e circuito de 2ª ordem.
- b) Circuitos armazenadores e dissipadores.
- c) Sistemas ressonantes complexos.
- d) Circuitos elétricos simples.
- e) Circuitos de fase e amplitude.

**2.** Os estudos sobre circuitos RC e RL permitem concluir que o tempo característico é função da resistência envolvida no circuito. Para um mesmo capacitor ou indutor, se a resistência aumenta ou diminui, o tempo característico acompanha esse comportamento. Por outro lado, se a resistência é a mesma em ambos os circuitos, então, a rapidez com que um e outro descarregam sua energia armazenada depende do capacitor e do indutor.

Um circuito RC está sendo comparado com outro circuito RL no que se refere à sua rapidez em descarregar sua energia armazenada. Ambos descarregam sua energia em uma lâmpada. Em ambos os circuitos, o resistor tem  $R = 2,0 \, \Omega$  e o valor numérico do capacitor é o mesmo do indutor, vale quatro. O tempo para que a tensão no capacitor e para a corrente no indutor atinja 1,0% do seu valor máximo é, respectivamente:

- a)  $t_C = 4,00 \, s$ ;  $t_L = 1,50 \, s$
- b)  $t_C = 50,5 \, s$ ;  $t_L = 20,0 \, s$
- c)  $t_C = 40,0 \, s$ ;  $t_L = 10,0 \, s$
- d)  $t_C = 60,0 \, s$ ;  $t_L = 60,0 \, s$
- e)  $t_C = 90,0 \, s$ ;  $t_L = 40,0 \, s$

**3.** O circuito RLC, com ou sem fonte de energia, oscila devido à presença de dois elementos armazenadores de energia, o capacitor e o indutor. Basicamente, o capacitor ao descarregar energia, induz uma corrente elétrica no indutor, que, por sua vez, ao descarregar, induzirá uma diferença

de potencial no capacitor. Esse processo ocorre enquanto existir energia no circuito elétrico. O tempo dessa oscilação é evidenciado pelo tempo característico do circuito.

Dos elementos presentes em um circuito RLC, os elementos responsáveis por dissipar energia e armazenar energia magnética são, respectivamente:

- a) a frequência externa e o capacitor.
- b) a frequência natural e a resistência.
- c) o indutor e o capacitor.
- d) a fonte de tensão e corrente.
- e) o resistor e o indutor.

# Referências

DORF, R. C.; SVOBODA, J. A. **Introduction to electric circuit**. 9. ed. Danvers: John Wiley & Sons, 2014.

GARCIA, E. A. C. **Biofísica**. 2. ed. São Paulo: Sarvier, 2015.

GASPAR, A. **Física eletromagnetismo e física moderna**. São Paulo: Ática, 2000.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentals of physics**. 10. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2014

SADIKU, N. O.; ALEXANDER, C. K. **Fundamentals of electric circuit**. 5. ed. New York: McGraw-Hill, 2009.

SADIKU, N. **Fundamentos do eletromagnetismo**. 5. ed. São Paulo: Bookman, 2012.

# Circuitos de corrente alternada

## Convite ao estudo

Até agora, só estudamos os circuitos de corrente contínua, nos quais as tensões e corrente não variam após os transientes. Vamos agora dirigir nossa atenção para os circuitos de corrente alternada senoidal, ou seja, circuitos cujas intensidades das fontes de tensão variam com o tempo, de acordo com uma senoide. O que nos motiva a estudar esses circuitos? A senoide é a excitação dominante da indústria elétrica de potência mundial. Portanto, para entendermos como a energia é gerada, transmitida e distribuída até as nossas casas, devemos conhecer profundamente os fundamentos dos circuitos elétricos de corrente alternada senoidal.

O que há de tão especial na senoide? Essa forma de onda facilita grandemente a análise matemática dos fenômenos físicos associados aos circuitos elétricos. A senoide é a única forma de onda que não se altera ao ser aplicada a um circuito contendo resistores, indutores e capacitores (BOYLESTAD, 2004). Em outras palavras, se a tensão aplicada a um circuito for senoidal, a corrente resultante também será senoidal. O mesmo não aconteceria caso fosse aplicada a um circuito uma tensão cuja forma de onda é quadrada ou triangular.

Os temas relativos aos circuitos elétricos de corrente alternada senoidal serão estudados nesta unidade. Conforme vimos na Unidade 1, a resposta completa de um circuito elétrico é formada por duas partes: a resposta natural, correspondente ao transitório de curta duração, que ocorre em consequência de uma súbita mudança em sua condição, e a resposta forçada, correspondente ao comportamento em regime permanente de um circuito na presença de quaisquer fontes independentes.

Nesta unidade, nos concentraremos apenas em calcular a resposta forçada.

As três seções desta unidade estão divididas como segue. Na Seção 2.1, serão apresentadas a excitação senoidal e fasores, incluindo propriedades das senoides, excitações complexas e fasores, impedância e admitância, e leis de Kirchhoff para fasores e associações de impedância. Na Seção 2.2, apresentam-se os cálculos de potência em regime permanente, incluindo potência média, valor eficaz, fator de potência, e potência complexa. Por fim, na Seção 2.3, apresentam-se os circuitos trifásicos, contemplando temas como fontes e conexões, circuitos equilibrados, circuitos desequilibrados e potência trifásica.

Ao término desta unidade, você deverá dominar os conhecimentos básicos de análise de circuitos de corrente alternada senoidal e ser capaz de resolver problemas que compreendem situações reais de engenharia elétrica. Para atingir esse objetivo, você deverá estudar com empenho os assuntos apresentados, resolver as questões propostas e pesquisar, sempre que sugerido, para complementar o seu estudo.

# Seção 2.1

## Excitação senoidal e fasores

### Diálogo aberto

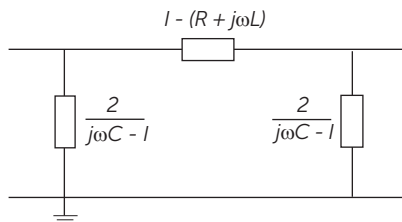
As tensões em corrente alternada senoidal a uma frequência constante têm sua origem nas chamadas usinas geradoras. Essas usinas podem ser hidrelétricas, termelétricas ou nucleares. Tipicamente, após a geração, a amplitude da tensão em corrente alternada é elevada por um transformador elevador e, em seguida, transmitida por longas distâncias através das linhas de transmissão. Essa elevação da tensão é feita no sentido de reduzir as correntes que fluem pelas linhas e, conseqüentemente, as perdas resistivas de energia elétrica (lembre-se que as perdas resistivas são proporcionais ao quadrado da corrente fluindo pelo condutor). Quando as linhas de transmissão aproximam-se dos centros de consumo (uma cidade, por exemplo), a tensão é reduzida por um transformador abaixador e distribuída aos consumidores. Para nós, que precisamos da tensão em 127 V (ou 220 V, a depender da região no Brasil), a tensão precisa ser reduzida ainda mais, o que é feito pelos transformadores aéreos presentes nas redes de distribuição.

Nesse contexto, você é engenheiro da *Global Transmission Ltd.*, uma empresa de transmissão de energia elétrica. A *Global Transmission Ltd.* atualmente dedica-se a um projeto de desenvolvimento de uma nova linha de transmissão de 280 km de comprimento e tensão de **132,79∠0°** kV, a uma frequência de 60 Hz, cuja função será abastecer uma pequena indústria, modelada como uma carga de impedância constante com  $Z = 411,93 + j175,44 \Omega$ . São dadas ainda a resistência e a indutância do condutor, e a capacitância *shunt* total da linha, respectivamente:  $R = 0,065 \Omega/\text{km}$  e  $L = 1,33 \text{ mH}/\text{km}$ ,  $C = 8,84 \text{ nF}/\text{km}$ .

Visando dimensionar os equipamentos de proteção da indústria, você é o engenheiro encarregado de calcular a corrente por ela consumida. Para tanto, utilize o modelo  $\pi$ -equivalente da linha de transmissão ilustrado na Figura 2.1. As impedâncias precisam estar em  $\Omega$ . Dessa forma, certifique-se de multiplicá-las pelo comprimento  $l$

da linha em km, conforme ilustrado na figura. Introduza a fonte de tensão ao lado esquerdo e a carga ao lado direito do modelo.

Figura 2.1 | Modelo  $\pi$ -equivalente da linha de transmissão



Fonte: elaborada pelo autor.

## Não pode faltar

### Propriedades das senoides

Uma senoide pode ser completamente caracterizada pela expressão

$$v(t) = V_m \text{sen}(\omega t + \phi) \quad (2.1)$$

onde  $V_m$  é a amplitude da senoide (valor máximo que a função atinge),  $\omega$  é a sua frequência (ou frequência angular), medida em radianos por segundos (rad/s),  $\phi$  é o ângulo de fase (ou fase), podendo ser expresso tanto em radianos quanto em graus, e  $t$  é o instante de tempo em segundos. As senoides possuem natureza periódica, repetindo-se a cada  $T$  segundos, ou seja,  $v(t + T) = v(t)$

onde  $T$  é o período da senoide, dado por  $T = \frac{2\pi}{\omega}$

O recíproco de  $T$  é o número de ciclos por segundos, e é conhecido como frequência cíclica  $f$  da senoide. Logo

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Enquanto a frequência angular  $\omega$  é dada em radianos por segundos, a frequência  $f$  é dada em Hertz (Hz) (HAYT JR.; KEMMERLY; DURBIN, 2014).



### Assimile

O período  $T$  é o tempo (em segundos) necessário para que a senoide complete um ciclo. A frequência cíclica  $f$  é o número de ciclos por

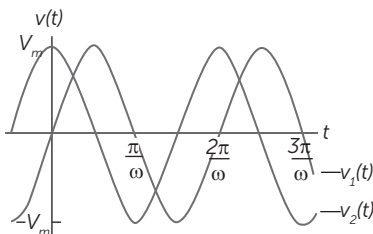
segundos (Hz).  $T$  e  $f$  são grandezas inversamente proporcionais, ou seja, quanto maior for a frequência, menor o tempo necessário para que a senoide complete um ciclo.

Sempre quando for necessário efetuar a soma no argumento da senoide da equação (2.1), certifique-se de que ambas as parcelas da soma (o produto  $\omega t$  e o ângulo de fase  $\phi$ ) estejam na mesma unidade de medida angular, ou seja, ambas em graus, ou ambas em radianos.

Vamos agora fazer um comparativo entre as duas funções senoidais ilustradas na Figura 2.2, as quais são descritas pelas seguintes equações:

$$v_1(t) = V_M \cdot \text{sen}(\omega t + \phi_1) \quad \text{e} \quad v_2(t) = V_M \cdot \text{sen}(\omega t + \phi_2), \quad \text{com} \quad \phi_2 > \phi_1.$$

Figura 2.2 | Senoides defasadas



Fonte: elaborada pelo autor.

Note que os pontos correspondentes na senoide  $v_2(t)$  ocorrem  $(\phi_2 - \phi_1)$  radianos ou  $\frac{\phi_2 - \phi_1}{\omega}$  segundos mais cedo que os pontos correspondentes na senoide  $v_1(t)$  e, portanto, dizemos que  $v_2(t)$  está adiantada em relação a (ou antecede)  $v_1(t)$  por  $(\phi_2 - \phi_1)$  radianos (ou graus). Se os ângulos de fase fossem iguais, as senoides  $v_1(t)$  e  $v_2(t)$  seriam ditas em fase.



### Pesquise mais

Uma senoide pode ser expressa, indiferentemente, tanto na forma de seno ou cosseno. Uma tabela com as principais identidades trigonométricas pode ser encontrada em (UNISUL, 2017).

É importante ressaltar que a comparação entre funções senoidais pode ser feita desde que estas: (i) estejam expressas como funções seno ou cosseno, (ii) operem na mesma frequência  $\omega$ , e (iii) possuam amplitudes positivas (HAYT JR.; KEMMERLY; DURBIN, 2014). Observe o exemplo a seguir:



### Exemplificando

Transforme as funções  $v_1(t)$  e  $v_2(t)$  a seguir para a forma cossenoidal e determine a) a defasagem entre elas e qual delas está adiantada em relação à outra; e b) calcule os valores de  $v_1(t)$  e  $v_2(t)$  para o tempo  $t = 2$  s tanto na forma senoidal (especificada) como na forma cossenoidal (obtida por você) e compare os resultados.

$$v_1(t) = -100 \cdot \text{sen}(376,99t + 18^\circ)$$

$$v_2(t) = 155 \cdot \text{sen}(376,99t + 53^\circ)$$

$$v_1(t) = -100 \cdot \text{sen}(376,99t + 18^\circ)$$

$$v_1(t) = 100 \cdot \text{sen}(376,99t + 18^\circ + 180^\circ)$$

$$v_1(t) = 100 \cdot \text{sen}(376,99t + 198^\circ)$$

$$v_1(t) = 100 \cdot \cos(376,99t + 198^\circ - 90^\circ)$$

$$v_1(t) = 100 \cdot \cos(376,99t + 108^\circ)$$

$$v_2(t) = 155 \cdot \cos(376,99t + 53^\circ - 90^\circ)$$

$$v_2(t) = 155 \cdot \cos(376,99t - 37^\circ)$$

a) A defasagem entre as funções é dada por:

$$\phi_1 - \phi_2 = 108^\circ - 37^\circ = 145^\circ$$

$v_1(t)$  está adiantada  $145^\circ$  de  $v_2(t)$ .

b) Para as funções na forma senoidal, tem-se:

$$v_1(2) = -100 \cdot \text{sen}\left(376,99 \cdot 2 + 18 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = -30,69$$

$$v_2(2) = 155 \cdot \text{sen}\left(376,99 \cdot 2 + 53 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = 123,58$$

Para as funções na forma cossenoidal, tem-se:

$$v_1(2) = 100 \cdot \cos(376,99 \cdot 2 + 108 \cdot \frac{\pi}{180}) = -30,69 \text{ V}$$

$$v_2(2) = 155 \cdot \cos(376,99 \cdot 2 - 37 \cdot \frac{\pi}{180}) = 123,58 \text{ V}$$

Os resultados são exatamente os mesmos, conforme o esperado.

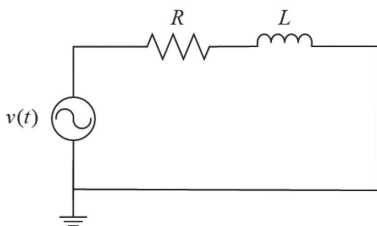
### Excitações complexas e fasores

Diferentemente de resistores, cuja relação tensão-corrente é descrita pela lei de Ohm, as relações tensão-corrente para os elementos armazenadores de energia (capacitores e indutores) são descritas por equações diferenciais. A presença de equações diferenciais dificulta bastante a obtenção da resposta do circuito em regime permanente senoidal, deixando pouco prática a sua análise. Uma maneira de simplificar a análise é aplicando uma excitação complexa ao circuito elétrico (JOHNSON; HILBURN; JOHNSON, 1994; HAYT JR.; KEMMERLY; DURBIN, 2014).

Da mesma forma que uma excitação senoidal sempre produzirá uma resposta forçada senoidal, uma excitação complexa sempre produzirá uma resposta forçada complexa, formada por parte real (resposta desejada) e parte imaginária. A vantagem desse procedimento é a redução das equações diferenciais que descrevem a resposta em regime permanente senoidal de um circuito em simples equações algébricas envolvendo números complexos.

Vamos aplicar a ideia ao circuito RL simples mostrado na Figura 2.3.

Figura 2.3 | Circuito RL simples



Fonte: elaborada pelo autor.

Aplica-se ao circuito a fonte senoidal  $v(t) = V_M \cos(\omega t)$  e deseja-se obter a resposta forçada, que é conhecida como sendo  $i(t) = I_M \cos(\omega t + \phi)$  (HAYT JR.; KEMMERLY; DURBIN, 2014). A fonte complexa necessária é

$$v(t) = V_M e^{j\omega t} \quad (2.2)$$

A resposta complexa resultante é expressa em termos de uma amplitude  $I_M$  e de um ângulo de fase  $\phi$ , ambos desconhecidos:

$$i(t) = I_M e^{j(\omega t + \phi)} \quad (2.3)$$

A equação que descreve o circuito é dada por:

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} = v(t) \quad (2.4)$$

substituímos (2.2) e (2.3) em (2.4):

$$R \cdot I_M e^{j(\omega t + \phi)} + L \frac{d[I_M e^{j(\omega t + \phi)}]}{dt} = V_M e^{j\omega t}$$

calculamos a derivada indicada e, em seguida, dividimos os dois lados da equação por  $e^{j\omega t}$ :

$$R \cdot I_M e^{j(\omega t + \phi)} + j\omega L I_M e^{j(\omega t + \phi)} = V_M e^{j\omega t}$$

$$R \cdot I_M e^{j\phi} + j\omega L I_M e^{j\phi} = V_M$$

calculando para  $I_M e^{j\phi}$ :

$$I_M e^{j\phi} = \frac{V_M}{R + j\omega L} \cdot \left( \frac{R - j\omega L}{R - j\omega L} \right)$$

$$I_M e^{j\phi} = \frac{V_M R - jV_M \omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

expressando-se o lado direito da equação na forma exponencial:

$$I_M e^{j\phi} = \frac{V_M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} e^{j[-\tan^{-1}(\omega L/R)]} \quad (2.5)$$

Logo,

$$I_M = \frac{V_M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \text{ e } \phi = -\tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$

e, portanto,

$$i(t) = I_M \cos(\omega t + \phi) = \frac{V_M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos\left[\omega t - \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right]$$

Poderíamos, também, ter obtido a mesma resposta reinserindo o fator  $e^{j\omega t}$  em ambos os lados da equação (2.5) e tirando a sua parte real.

O uso de excitações complexas para resolver problemas envolvendo circuitos de corrente alternada senoidal, o chamado método fasorial, é creditado ao engenheiro eletricista alemão Charles Proteus Steinmetz (1865-1923).

Correntes e tensões em um circuito elétrico operando no regime permanente senoidal em uma frequência única  $\omega$  (sempre conhecida) podem ser completamente caracterizadas por dois parâmetros, uma amplitude e um ângulo de fase (HAYT JR.; KEMMERLY; DURBIN, 2014). Por exemplo, uma tensão senoidal dada por:

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi)$$

pode ser completamente caracterizada por:

$$V = V_m \angle \phi$$

Essa notação complexa abreviada é chamada de fasor. Letras maiúsculas e negrito são usadas na representação fasorial de uma grandeza elétrica. Dizemos ainda que a função  $v(t)$  é uma representação no domínio do tempo, e o fasor  $V$  é uma representação no domínio da frequência.



### Pesquise mais

Pesquise sobre os números complexos. Um amplo conteúdo sobre esse tema pode ser encontrado em (SODRÉ, 2017).



### Assimile

Fasores são números complexos que representam a amplitude e a fase de uma senoide. Fasores não são função do tempo, mas sim da frequência.

## Impedância e admitância

A impedância de um elemento de circuito é a razão entre a tensão fasorial e a corrente fasorial (JOHNSON; HILBURN; JOHNSON, 1994; HAYT JR.; KEMMERLY; DURBIN, 2014):

$$Z = \frac{V}{I}$$

O número complexo representando a impedância pode ser expresso na forma polar  $Z = V_m \angle (\phi_v - \phi_i)$ , onde  $V_m$ ,  $\phi_v$ ,  $\phi_i$  e  $I_m$  são a amplitude e fase da tensão e corrente, respectivamente, ou na forma retangular  $Z = R + jX$ , em que a parte real  $X$  é chamada de resistência, e a parte imaginária é chamada de reatância. A impedância é medida em ohms.

As impedâncias de resistores, indutores e capacitores são definidas, respectivamente, por:

$$Z_R = R$$

$$Z_L = j\omega L$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

De maneira geral, a depender do valor da reatância  $X$ , a impedância  $Z$  pode ser caracterizada como puramente resistiva ( $X = 0$ ), indutiva ( $X > 0$ ) ou capacitiva ( $X < 0$ ).



#### Atenção

A impedância não é um fasor, uma vez que ela não tem uma função senoidal correspondente no domínio do tempo, como a tensão e a corrente têm (JOHNSON; HILBURN; JOHNSON, 1994).

A admitância  $Y$  de um elemento  $Z$  de circuito é o inverso da impedância, ou seja, é a relação entre corrente fasorial e tensão fasorial (JOHNSON; HILBURN; JOHNSON, 1994; HAYT JR.; KEMMERLY; DURBIN, 2014):

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{Z}$$

Da mesma forma que a impedância, a admitância pode ser expressa tanto na forma polar ( $Y = \frac{1}{V_m} \angle (\phi_i - \phi_v)$ ) quanto na forma retangular  $Y = G + jB$ , em que a parte real  $G$  é chamada de condutância, e a parte imaginária  $B$  é chamada de susceptância. A admitância é medida em Siemens (S).



#### Atenção

Não confunda  $G$  com o inverso de  $R$  e  $B$  com o inverso de  $X$ .



Considere um circuito operando na frequência de  $f = 60$  Hz. Determine a impedância e admitância de:

a) Um capacitor de  $C = 4$  mF.

b) Um determinado elemento do circuito para o qual se obteve a tensão de  $311,13 \angle -50^\circ$  V e a corrente de  $8,25 \angle -139,70^\circ$  A. Determine também se a impedância do elemento é puramente resistiva, indutiva ou capacitiva.

Primeiramente, devemos calcular  $\omega$ . Sabemos que  $\omega = 2\pi f$  e, para  $f = 60$  Hz, temos que  $\omega = 376,99$  rad/s.

$$a) Z_c + \frac{1}{j\omega C}$$

$$Z_c + \frac{1}{j376,99 \cdot 0,004} = -j0,66 \Omega$$

$$Y_c = \frac{1}{Z_c} = \frac{1}{-j0,88} = j1,51 S$$

$$b) Z = \frac{V}{I} = \frac{311,13 \angle -50^\circ}{8,25 \angle -139,70^\circ} = 37,71 \angle 89,70^\circ \Omega$$

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{37,71 \angle 89,70^\circ} = 0,03 \angle -89,70^\circ S$$

ou, na forma retangular,

$$Z = 0,20 + j37,71 \Omega$$

$$Y = 0,14 - j26,52 \text{ m}\Omega$$

Vamos analisar  $Z$  tanto na forma retangular quanto na forma polar. Na forma retangular, fica claro que  $X > 0$  e, portanto, podemos afirmar que  $Z$  é indutiva.

Na forma polar, note que a fase de  $Z$  é maior que zero, o que implica dizer que  $Z$  é uma impedância indutiva.



No exercício anterior, vimos que, se a fase de uma impedância  $\mathbf{Z}$  for maior que zero, então ela é indutiva. Portanto, a tensão sobre os terminais de  $\mathbf{Z}$  está adiantada em relação à corrente que flui através dela. Qual seria a característica de  $\mathbf{Z}$  e a relação entre os sinais de tensão e corrente, se sua fase fosse menor que zero? E se a fase de  $\mathbf{Z}$  fosse igual a zero?

## Leis de Kirchhoff e associações de impedâncias

As leis de Kirchhoff são válidas para fasores, bem como para as tensões e corrente no domínio do tempo (JOHNSON; HILBURN; JOHNSON, 1994; HAYT JR.; KEMMERLY; DURBIN, 2014). Portanto, a análise de circuitos em regime permanente senoidal é idêntica à análise de circuitos resistivos estudada na Unidade 1, com impedâncias no lugar dos resistores e fasores substituindo tensões e correntes no domínio do tempo.

A validade das leis de Kirchhoff para fasores implica o fato de as impedâncias poderem ser associadas em série e em paralelo, da mesma forma que os resistores. Logo, a combinação de duas impedâncias  $Z_1$  e  $Z_2$  em série, resulta em:

$Z_{eq} = Z_1 + Z_2$ , e a combinação das mesmas impedâncias em paralelo é, portanto:

$$Z_{eq} = \left( \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right)^{-1} = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

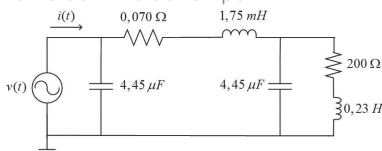
Agora, podemos analisar circuitos em regime permanente senoidal usando as técnicas de análise nodal ou de análise de malha, conforme aprendemos na Unidade 1.



## Exemplificando

Após obter a impedância equivalente do circuito mostrado na Figura 2.4, calcule a corrente  $i(t)$  para uma tensão de  $132 \cos(376,99t)$  kV.

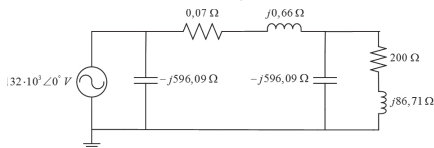
Figura 2.4a | Circuito no domínio do tempo



Fonte: elaborada pelo autor.

Primeiramente, devemos calcular as impedâncias do circuito, conforme ilustra a Figura 2.4b.

Figura 2.4b | Circuito no domínio da frequência



Fonte: elaborada pelo autor.

Ao examinar a rede resultante, observamos que a impedância de  $200 + j86,71 \Omega$  está em paralelo com a impedância de  $-j596,09 \Omega$ . Essa combinação equivale a

$$\left( \frac{1}{200 + j86,61} + \frac{1}{-j596,09} \right)^{-1} = 237,30 + j8,30 \Omega$$

que está em série com a impedância de  $0,07 + j0,66 \Omega$ , de modo que temos

$$237,30 + j8,30 + 0,07 + j0,66 = 237,37 + j8,96 \Omega.$$

Essa nova impedância está em paralelo com a impedância de  $-j596,09 \Omega$ , e, com isso, obtemos a impedância equivalente da rede:

$$\left( \frac{1}{237,37 + j8,96} + \frac{1}{-j596,09} \right)^{-1} = 210,30 - j75,92 \Omega$$

ou, na forma polar,

$$\left( \frac{1}{237,37 + j8,96} + \frac{1}{-j596,09} \right)^{-1} = 210,30 - j75,92 \Omega$$

A corrente fasorial pode, agora, ser facilmente calculada, como segue

$$I = \frac{132 \cdot 10^3 \angle 0^\circ}{223,58 \angle -19,85^\circ} = 590,39 \angle 19,85^\circ \text{ A e, portanto,}$$

$$i(t) = 590,39 \cos(376,99t + 19,85^\circ) \text{ A}$$

Com o domínio do conteúdo apresentado, torna-se possível resolver facilmente a situação-problema da introdução desta unidade e quaisquer outros problemas envolvendo circuitos elétricos sob excitação alternada senoidal.

## Sem medo de errar

Para o problema em questão, deseja-se calcular a corrente consumida pela indústria. O primeiro passo, portanto, é obter o diagrama da rede elétrica com base nos dados do problema. Devemos

obter  $Z_{eq} = I \cdot (R + j\omega L)$  e  $2X_C = \frac{2}{j\omega C \cdot I}$ , a seguir.

$$Z_{eq} = I \cdot (R + j\omega L)$$

$$Z_{eq} = 280 \cdot (0,065 + j2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 1,33 \cdot 10^{-3})$$

$$Z_{eq} = 18,200 + j140,391 \Omega$$

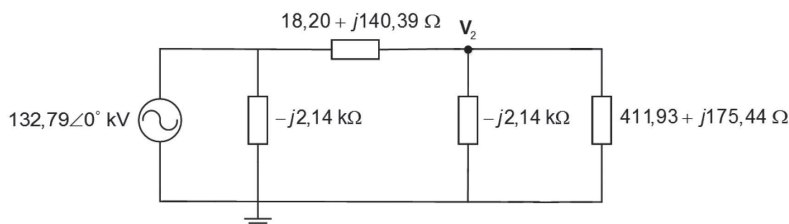
$$2X_C = \frac{2}{j\omega C \cdot I}$$

$$2X_C = \frac{2}{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 8,84 \cdot 10^{-9} \cdot 280}$$

$$2X_C = -j2,143 \text{ k}\Omega$$

A Figura 2.5 ilustra o diagrama da rede elétrica, incluindo a fonte e a carga.

Figura 2.5 | Diagrama da rede elétrica do problema



Fonte: elaborada pelo autor.

Para calcularmos a corrente consumida pela carga, precisamos calcular a tensão  $V_2$ , o que pode ser feito por análise nodal, conforme segue:

$$\begin{aligned} \frac{V_2 - 132,790 \cdot 10^3}{18,200 + j140,391} + \frac{V_2}{-j2,143 \cdot 10^3} + \frac{V_2}{411,930 + j175,440} &= 0 \\ \frac{V_2}{18,200 + j140,391} + \frac{V_2}{-j2,143 \cdot 10^3} + \frac{V_2}{411,930 + j175,440} &= \frac{132,790 \cdot 10^3}{18,200 + j140,391} \\ V_2 \cdot (2,963 \cdot 10^{-3} - j7,414 \cdot 10^{-3}) &= 120,592 - j930,225 \\ V_2 &= \frac{120,592 - j930,225}{2,963 \cdot 10^{-3} - j7,414 \cdot 10^{-3}} = 113,796 - j29,214 \text{ kV} \end{aligned}$$

ou, na forma polar,

$$\mathbf{V}_2 = 117,487 \angle -14,398^\circ \text{ kV}$$

de posse de  $\mathbf{V}_2$ , calculamos, agora, a corrente consumida pela carga:

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{Z}_{carga}}$$

$$\mathbf{I}_2 = \frac{117,487 \cdot 10^3 \angle -14,398^\circ}{447,734 \angle 23,069^\circ}$$

$$\mathbf{I}_2 = 262,404 \angle -37,467^\circ \text{ A}$$

## Avançando na prática

### Cálculo de curto-circuito

#### Descrição da situação-problema

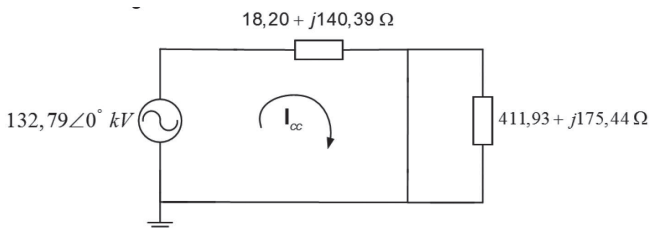
Um sistema de potência está constantemente sujeito a distúrbios no seu estado normal de operação. Esses distúrbios alteram as grandezas elétricas do sistema (correntes, tensões, frequência), muitas vezes violando suas restrições operativas, o que requer ações preventivas e/ou corretivas para minimizar as consequências. Os distúrbios mais comuns são os curtos-circuitos. Um curto-circuito corresponde à conexão entre as fases da rede, ou entre as fases e a terra, por uma impedância relativamente baixa. Um curto-circuito caracteriza-se por uma elevação abrupta das correntes, com elevação de temperaturas e solicitações térmicas, além dos esforços mecânicos e deformação dos materiais (ZANETTA JR, 2006). Esses eventos podem causar grandes danos às instalações elétricas.

O cálculo de curto-circuito é fundamental para a especificação dos equipamentos de um sistema elétrico. Esses equipamentos devem ser dimensionados para suportar as correntes de curto-circuito até que algum dispositivo de proteção possa atuar. Considere a mesma linha de transmissão da situação-problema desenvolvida anteriormente. Você foi o engenheiro designado para projetar a proteção da rede elétrica. Para tanto, você deverá determinar a corrente de curto-circuito (com impedância nula) em dois pontos distintos da rede. O primeiro ponto é situado nas proximidades da carga (a 280 km da fonte) e o segundo a 30 km da fonte. Para qual situação obtém-se a maior corrente de curto-circuito e por quê? Dica: despreze as capacitâncias *shunt* da rede.

## Resolução da situação-problema

A Figura 2.6 ilustra o diagrama da rede para a Situação 1 do problema. Note que, nesse caso, a conexão fase-terra anula a tensão sobre a carga, fazendo com que por ela não haja fluxo de corrente.

Figura 2.6 | Sistema elétrico sob curto-circuito e elétrica do problema



Fonte: elaborada pelo autor.

A corrente de curto-circuito é dada por:

$$I_{cc} = \frac{V_1}{Z_{eq}} = \frac{132,79 \cdot 10^3}{18,20 + j140,391} = 120,592 - j930,225 \text{ A}$$

ou, na forma polar,

$$I_{cc} = 0,94 \angle -82,61^\circ \text{ kA}$$

Para a Situação 2, devemos calcular a impedância da linha de transmissão para uma distância de 30 km:

$$Z_{eq} = l \cdot (R + j\omega L)$$

$$Z_{eq} = 30 \cdot (0,065 + j2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 1,33 \cdot 10^{-3})$$

$$Z_{eq} = 1,95 + j15,042 \Omega$$

A corrente de curto-circuito para essa situação é dada por:

$$I_{cc} = \frac{V_1}{Z_{eq}} = \frac{132,79 \cdot 10^3}{1,95 + j15,042} = 1,125 - j8,682 \text{ kA}$$

ou ainda

$$I_{cc} = 8,754 \angle -82,614^\circ \text{ kA}$$

A magnitude da corrente da Situação 2 é mais que 9 vezes maior que aquela da Situação 1, o que pode ser explicado pelo fato de que, quanto mais próximo da fonte for o curto-circuito, menor é a impedância equivalente da rede elétrica e, consequentemente, maior é a corrente produzida no curto-circuito.

## Faça valer a pena

**1.** As senoides são funções de natureza periódica que podem ser completamente caracterizadas por suas amplitudes, frequência (angular ou cíclica) e ângulo de fase. A comparação entre funções senoidais de mesma frequência pode ser feita desde que essas possuam amplitudes positivas e estejam em termos da mesma função senoidal (ambas em seno ou ambas em cosseno).

Dadas as tensões senoidais  $v_1(t) = 4 \cdot \text{sen}(376,99t + 205^\circ)$  e  $v_2(t) = -5 \cdot \text{cos}(376,99t + 140^\circ)$ , podemos afirmar que:

- a) as amplitudes de  $v_1(t)$  e  $v_2(t)$  são 4 e 5, respectivamente, e ambas estão na mesma frequência angular, que é de 60Hz.
- b) as tensões estão defasadas de  $65^\circ$  e  $v_1(t)$  está adiantada em relação a  $v_2(t)$ .
- c) as tensões estão defasadas de  $65^\circ$  e  $v_2(t)$  está adiantada em relação a  $v_1(t)$ .
- d) as tensões estão defasadas de  $155^\circ$  e  $v_1(t)$  antecede  $v_2(t)$ .
- e) as tensões estão defasadas de  $25^\circ$  e  $v_1(t)$  antecede  $v_1(t)$ .

**2.** Os cálculos de análise de circuitos sob excitação senoidal podem ser simplificados ao substituirmos tal excitação por uma excitação complexa. Essa abordagem transforma as equações diferenciais, encontradas na análise dos circuitos sob excitação senoidal, em equações algébricas envolvendo números complexos que, por sua vez, podem ser representados na forma de fasores.

Dentre as alternativas a seguir, assinale aquela que define corretamente os fasores:

- a) São números complexos que contém informações a respeito da amplitude, do ângulo de fase e da frequência de uma função senoidal.
- b) São uma representação no domínio do tempo de uma função senoidal no domínio da frequência.
- c) São números complexos formados por uma amplitude e um ângulo de fase que caracterizam uma função senoidal de frequência conhecida.
- d) São números complexos, expressos mais comumente na forma polar, formados por uma amplitude e um ângulo de fase que caracterizam uma função senoidal cuja frequência pode ser conhecida ou não.
- e) São uma representação no domínio da frequência de uma função senoidal, a qual precisa estar em termos de cosseno, no domínio do tempo.

**3.** As leis de Kirchhoff são válidas para fasores (domínio da frequência), da mesma forma que para tensões e correntes no domínio do tempo. Dessa forma, a análise de circuitos em corrente alternada é a mesma análise de circuitos resistivos, porém, com impedâncias no lugar dos resistores, e fasores de tensão e corrente no lugar dos números reais que representavam essas mesmas grandezas nos circuitos de corrente contínua.

Com base nos conhecimentos adquiridos nesta unidade, assinale a alternativa que define corretamente o conceito de impedâncias.

a) São fasores que resultam da relação fasorial entre tensão e corrente ( $\mathbf{V} / \mathbf{I}$ ). A sua parte real é chamada de resistência, enquanto que a sua parte imaginária é chamada de reatância. O seu inverso é denominado de admitância.

b) São números complexos que resultam da relação fasorial entre tensão e corrente ( $\mathbf{V} / \mathbf{I}$ ). A sua parte real é chamada de resistência, enquanto que a sua parte imaginária é chamada de reatância. O seu inverso é denominado de admitância.

c) São números complexos que resultam da relação fasorial entre corrente e tensão ( $\mathbf{I} / \mathbf{V}$ ). A sua parte real é chamada de resistência, enquanto que a sua parte imaginária é chamada de reatância. O seu inverso é denominado de admitância.

d) São números complexos que resultam da relação fasorial entre tensão e corrente ( $\mathbf{V} / \mathbf{I}$ ). A sua parte real é chamada de condutância, enquanto que a sua parte imaginária é chamada de susceptância. Podem ser associadas seguindo as mesmas regras básicas de associação de resistores em circuitos de corrente contínua.

e) Medidas em Siemens (S), resultam da relação fasorial entre tensão e corrente ( $\mathbf{V} / \mathbf{I}$ ). Sua parte real é chamada de resistência, enquanto que a sua parte imaginária é chamada de reatância. O seu inverso é denominado de admitância.

## Seção 2.2

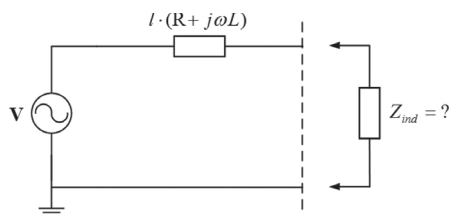
### Potência em regime permanente

#### Diálogo aberto

A eficiência energética fundamenta-se na utilização da energia de modo eficiente, ou seja, com os menores desperdícios possíveis para uma determinada atividade. Por definição, a eficiência energética consiste na relação entre a quantidade de energia empregada em uma atividade e aquela aproveitada para sua realização. Dentre os exemplos de ação que visam à redução no consumo de energia elétrica, estão a correção do fator de potência de grandes cargas industriais e o uso de instalações elétricas sustentáveis, as quais possuem dispositivos de iluminação mais eficientes (como lâmpadas de LED) e têm parte da sua demanda energética suprida por fontes de energia renováveis (DUARTE, 2017).

Nesse contexto, uma indústria automotiva deseja saber se está operando de forma eficiente. Para tanto, os proprietários da indústria contrataram os serviços de consultoria da *Global Transmission Ltd.* para uma análise técnica. Sabe-se que a linha de transmissão que alimenta a indústria possui 80 km de comprimento e transmite energia em 60 Hz a um nível de tensão de 39,837 kV (rms). São dadas a resistência e a indutância do condutor, respectivamente:  $R = 1,273 \, \Omega/\text{km}$  e  $L = 7 \, \text{mH}/\text{km}$ . O diagrama da linha de transmissão é ilustrado da Figura 2.7. Sabe-se ainda que a potência entregue pela fonte àquela linha é a máxima possível.

Figura 2.7 | Diagrama da linha de transmissão da situação-problema



Fonte: elaborada pelo autor.

A *Global Transmission Ltd.* atribuiu essa tarefa a um engenheiro especializado no assunto: você! Para realizá-la, você deverá obter a impedância de Thévenin ( $Z_{th}$ ) vista pela fonte e modelar a carga industrial ( $Z_{ind}$ ) de modo que  $Z_{ind} = Z_{th}^*$ . Em seguida, você deve calcular o fator de potência (FP) da carga. Considere a carga eficiente se o seu FP for de 0,95 para cima. Apresente em um relatório o passo a passo dos cálculos efetuados até chegar à sua conclusão sobre a eficiência ou não da operação da indústria.

## Não pode faltar

### Potência Média

O valor médio de uma função periódica qualquer é definido como a integral no tempo da função durante um período  $T$  completo, dividida por  $T$ . Portanto, a potência média  $P$ , considerando um número inteiro de períodos, digamos  $mT_1$  (onde  $m$  é inteiro e positivo), para uma potência instantânea  $p(t)$ , é dada por (JOHNSON; HILBURN; JOHNSON, 1994).

$$P = \frac{1}{mT_1} \int_{t_1}^{t_1+mT_1} p(t) dt \quad (2.6)$$

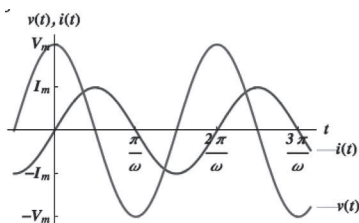
onde  $t_1$  é um instante de tempo arbitrário. Se selecionarmos um  $m$  tal que  $T = mT_1$ , a equação (2.6) pode ser escrita da seguinte forma:

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} p(t) dt \quad (2.7)$$

Vamos, agora, obter o resultado geral para o regime permanente senoidal. A Figura 2.8 ilustra formas de ondas de tensão e corrente senoidais associadas a um elemento de circuito, as quais são descritas, respectivamente, pelas seguintes equações:

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta) \text{ e } i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi), \text{ com } \theta > \phi$$

Figura 2.8 | Formas de tensão e corrente senoidais



Fonte: elaborada pelo autor.

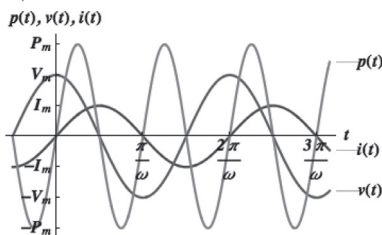
A potência instantânea em Watts (W) é

$$p(t) = V_M I_M \cos(\omega t + \theta) \cos(\omega t + \phi), \text{ a qual pode ser expressa como}$$

$$p(t) = \frac{1}{2} V_M I_M [\cos(\theta - \phi) + \cos(2\omega t + \theta + \phi)] \quad (2.8)$$

A Figura 2.9 apresenta as curvas de  $v(t)$ ,  $i(t)$  e  $p(t)$  associadas ao elemento de circuito como funções do tempo. Note, a partir da figura, que  $P_m = \frac{1}{2} V_M I_M$  é a amplitude de  $p(t)$ .

Figura 2.9 | Formas de potência, tensão e corrente senoidais



Fonte: elaborada pelo autor.

Integrando-se (2.8) conforme a equação (2.7), tem-se que a potência média (ou potência ativa) associada ao elemento de circuito é (HAYT JR.; KEMMERLY; DURBIN, 2014):

$$P = \frac{1}{2} V_M I_M \cos(\theta - \phi) \quad (2.9)$$

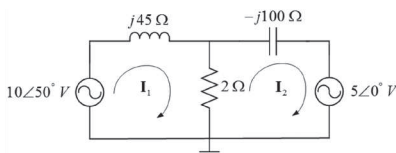
Logo, a potência média para o regime permanente senoidal é dada pela metade do valor do produto das amplitudes de tensão e corrente, e do cosseno do ângulo que representa a defasagem entre a tensão e a corrente. A potência média é a potência que efetivamente realiza trabalho gerando calor, luz, movimento etc. Da mesma forma que a potência instantânea, a potência média é medida em Watt (W).



### Exemplificando

Calcule a potência média absorvida pelos elementos do circuito ilustrado na Figura 2.10.

Figura 2.10 | Circuito no domínio da frequência



Fonte: adaptada de Hayt Jr., Kemmerly e Durbin (2014).

A defasagem entre a corrente em um reator ideal (qualquer combinação de apenas indutores e capacitores) e a tensão em seus terminais é de  $90^\circ$ . Logo,  $P = \frac{1}{2} V_M I_M \cos(90^\circ) = 0$ .

Portanto, podemos afirmar que as potências médias absorvidas pelo indutor e pelo capacitor são nulas. Para obtermos as potências médias absorvidas pelo resistor e pelas fontes de tensão, devemos calcular a tensão  $V_1$  e as correntes  $I_L$  e  $I_F$ . Podemos obter a tensão por análise nodal, como segue:

$$\frac{V_1 - 10 \angle 50^\circ}{j45} + \frac{V_1}{2} + \frac{V_1 - 5 \angle 0^\circ}{-j100} = 0$$

$$\frac{V_1}{j45} + \frac{V_1}{2} - \frac{V_1}{j100} = \frac{10 \angle 50^\circ}{j45} - \frac{5 \angle 0^\circ}{j100}$$

$$(0,5 + j1,222 \cdot 10^{-2}) V_1 = 0,170 - j0,093$$

$$V_1 = 0,340 - j0,187 = 0,388 \angle -28,747^\circ \text{ V}$$

A defasagem entre a corrente em um resistor ideal e a tensão em seus terminais é nula. Dessa forma, temos que a potência média absorvida por um resistor pode ser calculada por  $P = \frac{1}{2} V_M I_M \cos(0^\circ) = \frac{1}{2} V_M I_M$  ou

$$P = \frac{V_M^2}{2R}$$

E a potência absorvida pelo resistor pode ser facilmente obtida por

$$P = \frac{0,388^2}{2 \cdot 2} = 38 \text{ mW.}$$

Calculam-se as correntes  $I_L$  e  $I_F$ :

$$I_L = \frac{10 \angle 50^\circ - 0,388 \angle -28,747^\circ}{j45} = 0,221 \angle -37,805^\circ \text{ A}$$

$$I_F = \frac{5 \angle 0^\circ - 0,388 \angle -28,747^\circ}{-j100}$$

$$I_F = 0,047 \angle 92,292^\circ \text{ A}$$

As potências médias absorvidas pelas fontes podem, então, ser calculadas utilizando-se a equação (2.9):

$$P = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0,221 \cdot \cos(50^\circ + 37,805^\circ) = 42\text{mW (fonte da esquerda)}$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 0,047 \cdot \cos(0^\circ - 92,292^\circ) = -4\text{mW (fonte da direita)}$$

### Valor eficaz

O valor eficaz ou RMS, que é a abreviação do termo em inglês *root-mean-square*, de uma corrente periódica é uma constante igual à corrente contínua que iria entregar a mesma potência média para uma resistência  $R$  (JOHNSON; HILBURN; JOHNSON, 1994). Assim, se  $I_{ef}$  é o valor eficaz de  $i$ , podemos escrever:  $P = RI_{ef}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T Ri^2 dt$  e a corrente eficaz é

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$$

Analogamente, a tensão eficaz é  $V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T V^2 dt}$

Dessa definição, o valor eficaz de uma constante em corrente contínua é a própria constante. Por outro lado, o valor eficaz para uma corrente senoidal dada por  $i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi)$  é:

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{\omega I_m^2}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \cos^2(\omega t + \phi) dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad (2.10)$$

Da mesma forma, no caso da tensão senoidal dada por

$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta)$ , encontramos que:

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{\omega V_m^2}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \cos^2(\omega t + \theta) dt} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \quad (2.11)$$

Sendo assim, uma corrente senoidal de amplitude  $I_m$  entrega a mesma potência média a uma resistência  $R$  que uma corrente contínua de valor igual a  $I_m / \sqrt{2}$ . Note que a corrente (ou tensão) eficaz independe da frequência ou do ângulo de fase da senoide. Substituindo-se as equações (2.10) e (2.11) em (2.9), temos a potência média  $P$  em termos dos valores eficazes de corrente e tensão:  $P = V_{ef} I_{ef}$

$I_{ef} \cos(\theta - \phi)$ . Valores eficazes são amplamente utilizados em geração, transmissão e distribuição de energia elétrica. No Brasil, a maioria das tomadas fornece uma tensão de 127 V que, na verdade, corresponde ao valor eficaz da tensão senoidal cuja amplitude é igual a  $127 \cdot \sqrt{2}$  V ou 179,69 V (HAYT JR.; KEMMERLY; DURBIN, 2014).



### Pesquise mais

Conhecer o valor eficaz de uma corrente (ou tensão) formada por senoides de diferentes frequências é de grande importância no estudo de ruídos em redes elétricas. Pesquise como seria o valor eficaz de uma forma de onda de corrente (ou tensão) composta pela soma de um certo número de senoides com diferentes frequências no Capítulo 12 do livro: JOHNSON, D. E.; HILBURN, J. L.; JOHNSON, J. **Fundamentos de análise de circuitos elétricos**. 4. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1994.

### Fator de potência

Ainda há pouco, vimos que a potência média entregue à carga em regime permanente senoidal, dada por  $P = V_{ef} I_{ef} \cos(\theta - \phi)$ , é formada pelo produto de dois termos. O termo  $V_{ef} I_{ef}$ , normalmente referido por  $s$ , é chamado de potência aparente. Essa potência é assim chamada porque ela é a potência que aparentemente (ou à primeira vista) deveria ser entregue à carga. A potência aparente é medida em Volt-Amperes (VA) para diferenciá-la da potência média, a qual é medida em Watt (SADIKU; MUSA; ALEXANDER, 2014).

O termo  $\cos(\theta - \phi)$ , onde  $(\theta - \phi)$  é o ângulo que representa a defasagem entre a tensão e corrente, é chamado de fator de potência ( $FP = \cos(\theta - \phi)$ ), o qual é adimensional. O ângulo é conhecido como ângulo do FP. Em cargas puramente resistivas,  $(\theta - \phi) = 0$  e, portanto,  $FP = 1$ . Em cargas puramente reativas,  $(\theta - \phi) = \pm 90^\circ$  e, consequentemente,  $FP = 0$ .

Entre esses dois casos extremos, encontram-se as redes nas quais o FP pode variar de zero à unidade. A depender do sinal do ângulo  $(\theta - \phi)$ , o FP pode ser atrasado (indutivo) ou adiantado (capacitivo). Um FP de 0,92, por exemplo, indica uma carga cuja impedância pode apresentar um ângulo de fase  $(\theta - \phi)$  de  $23,07^\circ$  ou  $-23,07^\circ$ . O ângulo de fase positivo descreve uma carga indutiva, na qual a corrente que flui por ela está atrasada de  $23,07^\circ$  em relação à tensão sobre ela, enquanto o ângulo de fase negativo descreve uma carga capacitiva, na qual a corrente que flui ela está adiantada de  $23,07^\circ$  em relação à tensão sobre ela.



## Refleta

Seria possível que uma carga contendo indutores e capacitores, além de resistores, possua um fator de potência unitário?

Na prática, o fator de potência de uma carga é muito importante. Em aplicações industriais, que normalmente precisam de grandes quantidades de potência para operar, o fator de potência impacta diretamente na conta de eletricidade. Além disso, as concessionárias de energia exigem que o FP seja superior a 0,90, impondo penalidades às indústrias que não cumpram com essa exigência (JOHNSON; HILBURN; JOHNSON, 1994). Um resumo sobre as potências estudadas até agora é apresentado no quadro *Assimile*.



## Assimile

A potência média (ou real) (W), dada por  $P = \frac{1}{2} V_M I_M \cos(\theta - \phi)$ , é

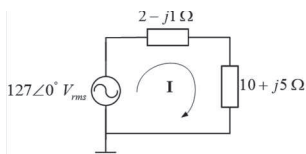
a potência que efetivamente realiza trabalho gerando calor, luz, movimento etc. A potência aparente, dada por  $s = V_{ef} I_{ef}$  (VA), é a potência que aparentemente deveria ser entregue à carga. O FP, dado por  **$FP = \cos(\theta - \phi)$**  (adimensional), pode ser entendido como sendo a porcentagem da potência aparente que é entregue à carga. Se  $(\theta - \phi) > 0$ , o FP é dito atrasado (indutivo), indicando que a corrente que flui pela carga está atrasada da tensão sobre ela, ao passo que, se  $(\theta - \phi) < 0$ , o FP é dito adiantado (capacitivo), o que indica que a corrente que flui pela carga está adiantada da tensão sobre ela.



## Exemplificando

Para o circuito da Figura 2.11, determine: a) a potência aparente fornecida pela fonte, b) o fator de potência da combinação das impedâncias e c) a potência média entregue à combinação das impedâncias.

Figura 2.11 | Circuito no domínio da frequência



Fonte: elaborada pelo autor.

a) A potência aparente é dada por  $s = V_{ef} I_{ef}$ . Já temos e precisamos determinar  $I_{ef}$ :

$$I = \frac{V_{fonte}}{Z_{eq}} = \frac{127 \angle 0^\circ}{12 + j4} = 10,040 \angle -18,435^\circ$$

A rms de forma que  $I_{ef} = 10,040$  A rms.

A potência aparente fornecida pela fonte é:

$$s = 127 \cdot 10,040 = 1275,109 \text{ VA.}$$

b) O ângulo do FP é a diferença angular entre o ângulo da tensão sobre a impedância equivalente  $Z_{eq}$  e o ângulo da corrente que passa por ela, ou seja,  $\theta - \phi = -(-18,435^\circ) = 18,435^\circ$ , logo,  $FP = \cos(18,435) = 0,949$  (atrasado).

Note que o ângulo do FP é exatamente o mesmo ângulo de  $Z_{eq}$ .

c) A potência média é dada por  $P = s \cdot FP$ . Sabendo que a potência aparente da fonte, calculada no item a, é a mesma de  $Z_{eq}$  e que o seu  $FP = 0,949$ , temos que  $P = 1275,109 \cdot 0,949 = 1209,674$  W.

## Potência complexa

Vamos agora tratar a potência como uma grandeza complexa. Para tanto, considere a potência complexa dada por  $S = V_{ef} I_{ef}^* e^{j(\theta - \phi)}$ , da qual a parte real é a potência média, ou seja,

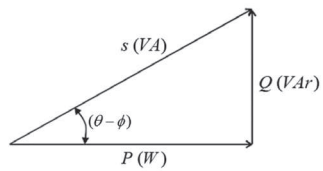
$$P = \text{Re}\{S\} = V_{ef} I_{ef} \cos(\theta - \phi)$$

O que seria a parte imaginária da potência complexa e o que ela significaria fisicamente? A parte imaginária de  $S$ , dada por  $Q = \text{Im}\{S\} = V_{ef} I_{ef} \sin(\theta - \phi)$  é chamada de potência reativa. Fisicamente, esta potência pode ser interpretada como a taxa de troca de energia entre a fonte e os componentes reativos da carga (indutâncias e capacitâncias). Estes componentes carregam-se e descarregam-se de forma alternada, o que resulta no fluxo de corrente ora no sentido da fonte para a carga, ora no sentido da carga para a fonte, respectivamente (HAYT, 2014). A unidade de  $Q$  é o Volt-Âmpere-reativo (VAR).

Comumente visualiza-se a potência complexa em termos da representação gráfica ilustrada na Figura 6, a qual é conhecida como triângulo de potência. O triângulo mostra que são necessárias apenas

duas potências para que se conheça a terceira através de relações trigonométricas. Além disso, se o triângulo de potência encontra-se no primeiro quadrante  $(\theta - \phi) > 0$ , o fator de potência está atrasado. Se ele se encontra no quarto quadrante  $(\theta - \phi) < 0$ , o fator de potência está adiantado.

Figura 2.12 | Triângulo de potência



Fonte: elaborada pelo autor.

A Tabela 1 resume as mais relevantes grandezas de potência estudas nesta seção. Lembre-se de que os termos em **negrito** são grandezas fasoriais.

Tabela 2.1 | Grandezas associadas à potência complexa

| Potência      | Símbolo | Fórmula                                                                 | Unidade |
|---------------|---------|-------------------------------------------------------------------------|---------|
| Média (ativa) | P       | $V_{ef} I_{ef} \cos(\theta - \phi)$                                     | W       |
| Reativa       | Q       | $V_{ef} I_{ef} \sen(\theta - \phi)$                                     | VAr     |
| Complexa      | S       | $P + jQ$<br>$V_{ef} I_{ef} \angle (\theta - \phi)$<br>$V_{ef} I_{ef}^*$ | VA      |
| Aparente      | s       | $V_{ef} I_{ef}$                                                         | VA      |

### Sem medo de erro

Para resolver este problema, devemos utilizar o teorema da máxima transferência de potência média para o regime permanente senoidal. Esse teorema estabelece que uma fonte de tensão independente em série com uma impedância de Thévenin fornece potência máxima à carga cuja impedância é o conjugado da impedância de Thévenin (HAYT JR.; KEMMERLY; DURBIN, 2014). Dessa forma, devemos encontrar a impedância da carga  $\mathbf{Z_{ind}}$  tal que essa seja igual ao conjugado da impedância de Thevenin vista pela fonte, ou seja,  $\mathbf{Z_{ind} = Z_{th}^*}$ .

Primeiramente, devemos obter  $\mathbf{Z_{linha} = I \cdot (R + jX_L)}$ , com base nos valores especificados, da seguinte forma:

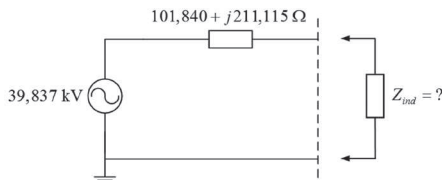
$$Z_{linha} = I \cdot (R + j\omega L)$$

$$Z_{linha} = 80 \cdot [1,273 + j(2 \cdot \pi \cdot 60) \cdot 7 \cdot 10^{-3}]$$

$$Z_{linha} = 101,840 + j211,115 \, \Omega$$

A Figura 2.12 ilustra o diagrama da linha de transmissão.

Figura 2.12 | Diagrama da linha de transmissão da situação-problema



Fonte: elaborada pelo autor.

A impedância de Thévenin da rede vista pela fonte, nesse caso, é simplesmente a impedância da linha, ou seja,  $Z_{th} = 101,840 + j211,115 \, \Omega$ .

Logo,  $Z_{ind} = 101,840 - j211,115 \, \Omega$  ou, na forma polar  $Z_{ind} = 234,395 \angle -64,248^\circ \, \Omega$ .

E o fator de potência pode, então, ser obtido  $FP = \cos(\theta - \phi) = \cos(-64,248^\circ)$   $FP = 0,434$  (adiantado).

Portanto, a indústria automotiva não está operando de forma eficiente.

## Avançando na prática

### Correção do fator de potência

#### Descrição da situação-problema

No problema anterior, você constatou que o FP da indústria automotiva é de 0,45 e, dessa maneira, a indústria não opera de forma eficiente. Os proprietários da empresa, ao saberem do resultado do FP, gostariam novamente de contratar os serviços da *Global Transmission Ltd.* para um projeto de correção do FP. Você se colocou à disposição para executar o serviço, já que conhece bem as características da indústria quanto ao consumo de energia elétrica. Calcule a indutância do equipamento (nesse caso, um reator, uma vez que a carga é capacitiva), que deverá ser instalado no mesmo barramento da indústria automotiva de modo que o seu

FP seja corrigido para 0,95 (adiantado). Considere que a magnitude da tensão naquele barramento é de 95% do valor da fonte (ou seja, 95% de 39,837 kV).

### Resolução da situação-problema

Primeiramente, vamos calcular a potência complexa absorvida pela carga, como segue:

$$S_{ind} = \frac{|\mathbf{V}_{ind}|^2}{Z_{ind}^*} = P_{ind} + jQ_{ind}$$

$$S_{ind} = \frac{(0,95 \cdot 39,837 \cdot 10^3)^2}{101,84 + j211,115}$$

$$S_{ind} = 2,654 - j5,503 \text{ MVA}$$

O equipamento de potência reativa  $Q_{eq}$  deve ser instalado em paralelo com a carga, de modo que  $\theta_{FP} = tg^{-1} \left( \frac{Q_{ind} + Q_{eq}}{P_{ind}} \right)$ ,

onde  $\theta_{FP}$  é o ângulo do fator de potência corrigido. Sabendo que  $\theta_{FP} = \cos^{-1}(0,95) = 18,195^\circ$ , temos que

$$18,195^\circ = tg^{-1} \left( \frac{-5,503 \cdot 10^6 + Q_{eq}}{2,654 \cdot 10^6} \right), \text{ aplicando a tangente}$$

nos dois lados da equação  $0,329 = \frac{-5,266 \cdot 10^6 + Q_{eq}}{2,654 \cdot 10^6}$ , a qual

resolvida para  $Q_{eq}$ , nos dá um valor de  $Q_{eq} = 6,139$  MVar. Sabendo ainda que a potência reativa  $Q$  de uma carga de impedância  $Z$  é

dada por  $Q = V_{rms}^2 \cdot \frac{\text{Im}\{Z\}}{|Z|^2}$  e, já que, nesse caso,  $Z = jX_{eq}$ , temos:

$$Q = \frac{(37,845 \cdot 10^3)^2 \cdot X_{eq}}{X_{eq}^2} = \frac{(37,845 \cdot 10^3)^2}{X_{eq}}$$

$$6,139 \cdot 10^6 = \frac{(37,845 \cdot 10^3)^2}{X_{eq}}$$

Resolvendo para  $X_{eq}$ , temos que  $X_{eq} = 233,302 \, \Omega$  e, então, a indutância do equipamento é:

$$L_{eq} = \frac{X_{eq}}{\omega} = \frac{233,302}{2 \cdot \pi \cdot 60} = 0,619 \, \text{H}$$

## Faça valer a pena

**1.** Parte da análise de um sistema elétrico consiste na determinação da potência fornecida por uma fonte ou absorvida por uma carga. No contexto de potência em regime permanente senoidal, estudamos que a potência complexa de um elemento de circuito possui todas as informações relativas à potência daquele elemento.

Com base nos seus conhecimentos sobre potência complexa, analise as afirmações a seguir:

I – A potência complexa  $S$ , na forma retangular possui duas componentes, das quais a parte real é a potência instantânea  $P$ , medida em W, e a parte imaginária é a potência reativa  $Q$ , medida em VAR. Na forma polar, o módulo de  $S$  é a potência aparente  $s$ , medida em VA, e seu ângulo é o ângulo do fator de potência.

II – A potência complexa  $S$ , na forma retangular possui duas componentes, das quais a parte real é a potência real  $P$ , medida em W, e a parte imaginária é a potência reativa  $Q$ , medida em VAR. Na forma polar, o módulo de  $S$  é a potência aparente  $s$ , medida em VA, e seu ângulo é o ângulo do fator de potência.

III – A potência complexa  $S$ , na forma retangular possui duas componentes, das quais a parte real é a potência reativa  $Q$ , medida em W, e a parte imaginária é a potência ativa  $P$ , medida em VAR. Na forma polar, o módulo de  $S$  é a potência aparente  $s$ , medida em VA, e seu ângulo é o ângulo do fator de potência.

IV – De posse de duas informações sobre a potência de um elemento de circuito, deduzem-se as duas demais informações. Por exemplo, se conhecermos potência real  $P$  e a potência aparente  $s$ , podemos obter a potência reativa  $Q$  e a potência complexa  $S$  por meio de cálculos simples.

V – De posse de três informações sobre a potência de um elemento de circuito, deduz-se a quarta informação. Por exemplo, se conhecermos potência real  $P$ , a potência reativa  $Q$  e a potência aparente  $s$ , podemos obter a potência complexa  $S$  por meio de um cálculo simples.

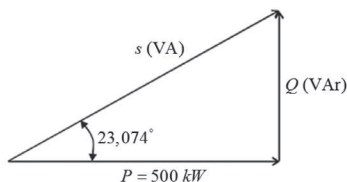
Assinale a alternativa que contém apenas afirmações verdadeiras:

- a) Apenas a afirmativa I está correta.
- b) Apenas a afirmativa II está correta.

- c) Apenas as afirmativas II e IV estão corretas.
- d) Apenas as afirmativas III, IV estão corretas.
- e) Apenas as afirmativas II e V estão corretas.

**2.** Um diagrama muito utilizado para ilustrar a potência complexa é conhecido como triângulo de potência. O diagrama completo é formado pelas potências real, reativa e aparente, e pelo fator de potência. Com duas dessas informações, podem-se obter as demais a partir de relações trigonométricas.

A figura a seguir ilustra o triângulo de potência de um elemento qualquer de circuito. Ele contém o ângulo do fator de potência  $(\theta - \phi) = 23,074^\circ$  e a potência real  $P = 500 \text{ kW}$ . Assinale a alternativa que contém as potências aparente e reativa do elemento, respectivamente.



Fonte: elaborada pelo autor.

- a)  $s = 235,5 \text{ kVA}$  e  $Q = 213 \text{ kVAr}$ .
- b)  $s = 445,4 \text{ kVA}$  e  $Q = 100,13 \text{ kVAr}$ .
- c)  $s = 300,23 \text{ kVA}$  e  $Q = 100,55 \text{ kVAr}$ .
- d)  $s = 543,700 \text{ kVA}$  e  $Q = 251 \text{ kVAr}$ .
- e)  $s = 543,478 \text{ kVA}$  e  $Q = 213 \text{ kVAr}$ .

**3.** O fator de potência impacta diretamente na conta de eletricidade de cargas que necessitam de grandes quantidades de potência para operarem. Na prática, quanto menor o fator de potência da carga, maior é a discrepância entre a quantidade de energia elétrica aproveitada em uma atividade e aquela disponibilizada para sua realização.

Nesse contexto, uma indústria possui uma máquina alimentada por 220V (rms) que consome 100kW com o fator de potência de 0,85 (atrasado). Ao ser notificada pela concessionária que a alimenta, a indústria corrige o fator de potência para 0,95 (atrasado).

Calcule os valores das correntes para os dois fatores de potência e assinale a opção que representa a redução na corrente drenada pela carga.

- a) 10,5%.
- b) 33,5%.
- c) 15,0%.
- d) 19,0%.
- e) 50,0%.

## Seção 2.3

### Circuitos trifásicos

#### Diálogo aberto

Toda instalação trifásica é tipicamente desequilibrada. Em instalações trifásicas em estrela, deve haver um retorno de corrente através do condutor neutro que, por sua vez, deve estar aterrado, ou seja, fixado a uma ou mais barras de cobre, enterradas adequadamente no solo, fazendo o zero de referência para a instalação. Diversos fatores, como subdimensionamento do condutor de aterramento, a presença de resistências de contato devido ao afrouxamento dos contatos elétricos e grande resistividade do solo, entre outros, podem levar ao aparecimento de uma resistência de neutro, comprometendo a qualidade do aterramento. Essa resistência de neutro resulta na flutuação do neutro do circuito e, conseqüentemente, na flutuação das tensões em cada fase do circuito (MENEZES, 2017). Tal flutuação pode afetar o comportamento das cargas mais sensíveis ao valor eficaz da tensão de alimentação, como ventiladores e lâmpadas incandescentes, aquecedores e fornos elétricos com controle automático de temperatura. (POMILIO; DECKMANN, 2017).

Nesse contexto, uma indústria da produção de alumínio vem sofrendo com um problema de cintilação luminosa em um de seus galpões. Como os funcionários da indústria não conseguiram resolver o problema, os seus proprietários decidiram contratar a SET, uma empresa especializada em instalações elétricas industriais, para resolvê-lo. Você foi o engenheiro escolhido pela SET para executar essa tarefa.

O circuito trifásico de iluminação do galpão é formado por três lâmpadas, uma de 200 W (fase A), uma de 120 W (fase B) e outra de 80 W (fase C), ligadas em estrela, a uma tensão de linha de 380 V. Você deverá calcular a) a tensão de deslocamento de neutro, supondo que a sua resistência seja de 30 Ohm, e b) a tensão em cada carga. Suponha que, se a tensão em uma lâmpada diferir de  $\pm 5\%$  ou mais do valor nominal da tensão, há um problema de cintilação luminosa relacionado àquela lâmpada. Apresente em um relatório o passo a passo dos cálculos efetuados até chegar à sua conclusão sobre o problema.

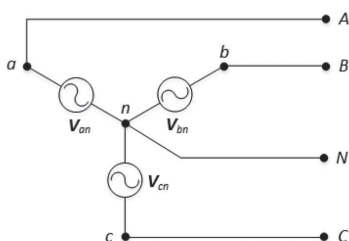
## Não pode faltar

### Fontes e conexões

Seremos, agora, apresentados a um novo tipo de fonte de tensão: a fonte trifásica, que pode ser conectada uma configuração Y (estrela) a três ou quatro fios, ou em uma configuração em  $\Delta$  (triângulo ou delta) a três fios.

Consideremos, agora, a fonte trifásica conectada em configuração Y da Figura 2.13, a qual tem terminais de linha  $a$ ,  $b$  e  $c$  e um terminal de neutro  $n$ .

Figura 2.13 | Fonte trifásica a quatro fios conectada em Y



Fonte: elaborada pelo autor.

As tensões  $\mathbf{V}_{an}$ ,  $\mathbf{V}_{bn}$  e  $\mathbf{V}_{cn}$  entre os terminais de linha e o terminal de neutro são chamadas de tensões de fase (ou fase-terra) e dadas, na sequência de fases positiva (ou sequência de fases abc) (JOHNSON; HILBURN; JOHNSON, 1994):

$$\mathbf{V}_{an} = V_p \angle 0^\circ$$

$$\mathbf{V}_{bn} = V_p \angle -120^\circ$$

$$\mathbf{V}_{cn} = V_p \angle 120^\circ$$

ou, na sequência de fases negativas (ou sequência de fases cba), por:

$$\mathbf{V}_{an} = V_p \angle 0^\circ$$

$$\mathbf{V}_{bn} = V_p \angle 120^\circ$$

$$\mathbf{V}_{cn} = V_p \angle -120^\circ$$

Em ambos os casos, cada tensão tem o mesmo módulo  $V_p$  (eficaz) e as fases estão defasadas de  $120^\circ$ , com  $\mathbf{V}_{an}$  selecionada

arbitrariamente como fasor de referência. Esse conjunto de tensões é chamado sistema equilibrado e caracteriza-se por  $\mathbf{V}_{an} + \mathbf{V}_{bn} + \mathbf{V}_{cn} = \mathbf{0}$ .

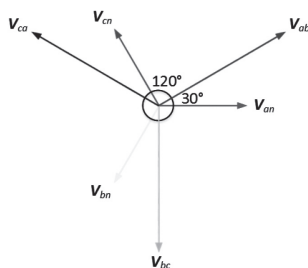
A única diferença entre as sequências de fase é a escolha dos nomes dos terminais linha  $a$ ,  $b$  e  $c$  e, portanto, assumiremos que a sequência de fase usada em todos os sistemas considerados será sempre a positiva, exceto quando especificado o contrário.

As tensões em um sistema trifásico frequentemente são consideradas em termos das tensões entre duas linhas. Essas tensões são chamadas de tensões de linha (ou fase-fase), as quais são dadas por:

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_{ab} &= \mathbf{V}_{an} - \mathbf{V}_{bn} = \sqrt{3} \cdot V_p \angle 30^\circ \\ \mathbf{V}_{bc} &= \mathbf{V}_{bn} - \mathbf{V}_{cn} = \sqrt{3} \cdot V_p \angle -90^\circ \\ \mathbf{V}_{ca} &= \mathbf{V}_{cn} - \mathbf{V}_{an} = \sqrt{3} \cdot V_p \angle 150^\circ\end{aligned}\quad (2.13)$$

O diagrama fasorial das tensões de linha em relação às tensões de fase é ilustrado na Figura 2.14.

Figura 2.14 | Diagrama fasorial das tensões de linha em relação às tensões de fase



Fonte: elaborada pelo autor.

A fonte também pode ser conectada em  $\Delta$ , no entanto, qualquer desequilíbrio sutil nas fases leva à circulação de correntes elevadas no interior do  $\Delta$ . Isso reduz a capacidade de corrente útil da fonte e também aumenta as perdas no sistema elétrico (HAYT JR.; KEMMERLY; DURBIN, 2014).

Tanto a conexão de fontes em Y quanto em  $\Delta$  têm importantes aplicações práticas (SADIKU; MUSA; ALEXANDER, 2014). Fontes conectadas em Y são usadas para transmitir energia elétrica por grandes distâncias com menores perdas resistivas. Isso se deve ao fato

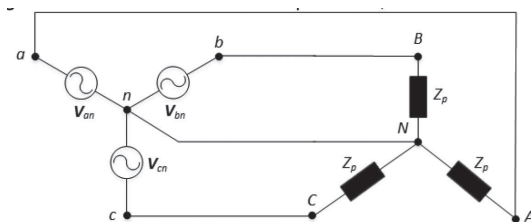
de que a conexão em Y fornece uma tensão de linha  $\sqrt{3}$  vezes maior que aquela fornecida pela conexão em delta. Portanto, para a mesma potência, a corrente de linha é  $\sqrt{3}$  vezes menor.

Fontes conectadas em  $\Delta$  são usadas quando circuitos monofásicos são desejados de uma fonte trifásica. Essa conversão de três fases para uma fase é necessária em instalações residenciais, uma vez que a iluminação residencial e os eletrodomésticos utilizam potência monofásica. A seguir, veremos que, da mesma forma que as fontes, as cargas também podem ser conectadas em Y ou  $\Delta$ .

### Circuitos equilibrados

As cargas, de forma similar às fontes, podem ser conectadas em Y ou  $\Delta$ . Vamos, agora, conectar uma carga equilibrada trifásica, representada por  $Z_p$ , em Y à nossa fonte, usando três linhas e um neutro, conforme mostra a Figura 2.15.

Figura 2.15 | Sistema trifásico equilibrado conectado em Y-Y



Fonte: elaborada pelo autor.

O termo Y-Y se aplica, pois tanto a fonte quanto a carga estão conectadas em Y. As correntes de linha podem ser determinadas facilmente, como segue:

$$I_{aA} = \frac{V_{an}}{Z_p}$$

$$I_{bB} = \frac{V_{bn}}{Z_p} = I_{aA} \cdot 1\angle -120^\circ$$

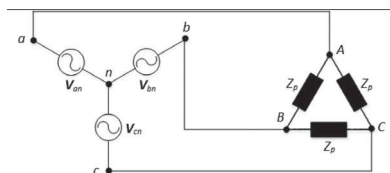
$$I_{cC} = \frac{V_{cn}}{Z_p} = I_{aA} \cdot 1\angle 120^\circ$$

No caso de uma carga conectada em Y, as correntes de linha são também as correntes de fase ( $I_f = I_L$ ).

De acordo com Hayt, Kemmerly e Durbin (2014), podemos concluir que  $\mathbf{I}_{nN} = -(\mathbf{I}_{aA} + \mathbf{I}_{bB} + \mathbf{I}_{cC}) = \mathbf{0}$ , logo, o neutro não conduz corrente elétrica se o sistema trifásico (composto por fontes, linhas e cargas) for equilibrado. Nesse caso, o condutor neutro com qualquer impedância pode ser trocado por outra impedância, incluindo um curto-circuito ou um circuito aberto, sem afetar as tensões e correntes no circuito. O problema é, então, reduzido a três problemas monofásicos idênticos (HAYT JR.; KEMMERLY; DURBIN, 2014).

Alternativamente à conexão de cargas em configuração Y, as cargas podem ser conectadas em configuração  $\Delta$ . Esse tipo de configuração é muito comum e não possui condutor neutro. A Figura 2.16 ilustra uma carga trifásica equilibrada conectada em  $\Delta$  que consiste em uma impedância  $Z_p$  inserida entre as linhas.

Figura 2.16 | Sistema trifásico equilibrado conectado em Y- $\Delta$



Fonte: elaborada pelo autor.

As tensões de linha, que, nesse caso, são iguais às tensões de fase ( $\mathbf{V}_f = \mathbf{V}_L$ ), são conhecidas como sendo as mesmas da equação (2.13), portanto, as correntes de fase são facilmente obtidas:

$$\mathbf{I}_{AB} = \frac{\mathbf{V}_{ab}}{Z_p}, \quad \mathbf{I}_{BC} = \frac{\mathbf{V}_{bc}}{Z_p}, \quad \mathbf{I}_{CA} = \frac{\mathbf{V}_{ca}}{Z_p} \text{ e suas diferenças nos fornecem as}$$

correntes de linha:

$$\mathbf{I}_{aA} = \mathbf{I}_{AB} - \mathbf{I}_{CA}$$

$$\mathbf{I}_{bB} = \mathbf{I}_{BC} - \mathbf{I}_{AB}$$

$$\mathbf{I}_{cC} = \mathbf{I}_{CA} - \mathbf{I}_{BC}$$



**Refleta**

Qual é a relação entre as correntes de fase e de linha em um sistema onde as cargas estão conectadas em  $\Delta$ ? A resposta para essa questão pode ser encontrada no Capítulo 13 do livro: JOHNSON, D. E.; HILBURN, J. L.; JOHNSON, J. **Fundamentos de análise de circuitos elétricos**. 4. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1994.

Uma vantagem das cargas conectadas em  $\Delta$  é que elas podem ser adicionadas ou removidas mais facilmente numa única fase do  $\Delta$ , pois as cargas são conectadas diretamente por meio das linhas. O mesmo não pode ser feito para cargas conectadas em Y, já que o neutro pode não estar acessível (JOHNSON; HILBURN; JOHNSON, 1994).

Em muitas aplicações, é irrelevante se a carga está conectada em Y ou em  $\Delta$ . Em motores de indução, por exemplo, qualquer uma das duas conexões seria satisfatória (SADIKU; MUSA; ALEXANDER, 2014).



### Assimile

Em uma conexão em Y, se a tensão de fase for  $\mathbf{V}_f = V_f \angle \theta^\circ$ , então a tensão de linha será  $\mathbf{V}_L = \sqrt{3} \cdot V_f \angle (\theta^\circ + 30^\circ)$ . Para essa conexão, as correntes de linha são também as correntes de fase ( $\mathbf{I}_f = \mathbf{I}_L$ ). Em uma conexão em  $\Delta$ , as tensões de fase são iguais às tensões de linha ( $\mathbf{V}_f = \mathbf{V}_L$ ).

Vejamos agora um exemplo da análise de um sistema trifásico equilibrado, considerando cargas conectadas em Y e em  $\Delta$ .

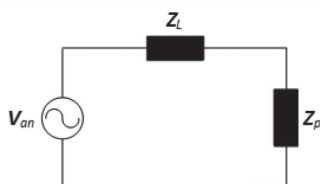


### Exemplificando

Um sistema trifásico equilibrado tem  $V_{an} = 200 \angle 0^\circ$  (rms) e  $Z_p = 3 + j1 \, \Omega$ . As linhas têm uma impedância de  $Z_L = 0,5 + j1 \, \Omega$ , cada uma. Calcule as correntes de linha para a carga  $Z_p$  conectada em a) Y e em b)  $\Delta$ .

a) Como o sistema é equilibrado, podemos obter as correntes analisando apenas a fase *a* e defasando a corrente para obtê-la nas demais fases. A Figura 2.17 mostra o diagrama da fase *a* do circuito.

Figura 2.17 | Diagrama da fase *a* do circuito trifásico



Fonte: elaborada pelo autor.

A corrente de linha naquela fase é dada por:

$$\mathbf{I}_{aA} = \frac{\mathbf{V}_{an}}{\mathbf{Z}_L + \mathbf{Z}_p} = \frac{200\angle 0^\circ}{3,5 + j2} = 49,614\angle -29,745^\circ \text{ A}$$

Logo, nas fases b e c, temos:

$$\mathbf{I}_{bB} = \mathbf{I}_{aA} \cdot 1\angle -120^\circ = 49,614\angle -149,745^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_{cC} = \mathbf{I}_{aA} \cdot 1\angle 120^\circ = 49,614\angle 90,255^\circ \text{ A}$$

b) As cargas conectadas em  $\Delta$  podem ser transformadas para suas equivalentes em Y e vice-versa a partir da transformação Y- $\Delta$ , apresentada na Seção 2.1. Para uma carga equilibrada como  $\mathbf{Z}_p$ , podemos usar a

$$\text{relação } \mathbf{Z}_{pY} = \frac{\mathbf{Z}_{p\Delta}}{3}.$$

$$\text{Logo, } \mathbf{Z}_{pY} = \frac{3 + j1 \text{ } \Omega}{3} = 1 + j0,333 \text{ } \Omega.$$

A corrente de linha na fase a pode, então, ser obtida como segue:

$$\mathbf{I}_{aA} = \frac{\mathbf{V}_{an}}{\mathbf{Z}_L + \mathbf{Z}_{pY}} = \frac{200\angle 0^\circ}{1,5 + j1,333} = 99,666\angle -41,626^\circ \text{ A}.$$

Logo, nas fases b e c, temos:

$$\mathbf{I}_{bB} = \mathbf{I}_{aA} \cdot 1\angle -120^\circ = 99,666\angle -161,626^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_{cC} = \mathbf{I}_{aA} \cdot 1\angle 120^\circ = 99,666\angle 78,374^\circ \text{ A}$$

De modo geral, um problema trifásico pode ser reduzido a um problema monofásico se o sistema elétrico sob análise for equilibrado. Como vimos no exemplo, podemos simplesmente calcular as grandezas de interesse para a fase A, por exemplo, e defasá-las de  $-120^\circ$  e  $120^\circ$ , respectivamente, para obtê-las nas fases B e C.

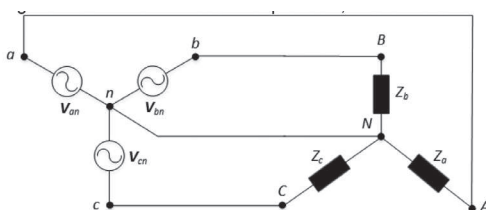
## Circuitos desequilibrados

Um circuito trifásico é desequilibrado se (SADIKU; MUSA; ALEXANDER, 2014): (i) as tensões da fonte diferirem em magnitude e/ou na defasagem entre si, ou (ii) se as impedâncias das cargas forem diferentes. Na prática, a condição (i) não é típica, portanto,

consideraremos aqui que apenas a condição (ii) causa o desequilíbrio do circuito.

A Figura 2.18 mostra o exemplo de um sistema trifásico que consiste numa fonte equilibrada e uma carga desequilibrada conectada em Y.

Figura 2.18 | Sistema trifásico desequilibrado conectado em Y-Y



Fonte: elaborada pelo autor.

O sistema ainda poderá ser analisado por fase desde que o condutor neutro possua impedância nula. Nesse caso, as correntes de linha são dadas por  $I_{aA} = \frac{V_{an}}{Z_A}$ ,  $I_{bB} = \frac{V_{bn}}{Z_B}$ ,  $I_{cC} = \frac{V_{cn}}{Z_C}$ .

Diferentemente do caso equilibrado, onde  $I_{nN} = 0$ , esse conjunto de correntes de linha desequilibradas produz corrente no condutor neutro, logo,  $I_{nN} = -(I_{aA} + I_{bB} + I_{cC}) \neq 0$ .

Se o condutor neutro for ausente ou mesmo possuir impedância, outros métodos de análise de circuitos, como análise de malha ou análise nodal, devem ser empregados para a obtenção dos parâmetros de interesse. O mesmo pode ser feito para sistemas trifásicos desequilibrados em Y-Δ ou em qualquer outra configuração.



### Pesquise mais

Pesquise sobre o problema de deslocamento de neutro. Um excelente conteúdo sobre o assunto pode ser encontrado MENEZES, A. S. C. **O problema do deslocamento de neutro em circuitos trifásicos estrela desequilibrados.** Disponível em: <<https://app.cear.ufpb.br/~asergio/Eletrot%C3%A9cnica/Trif%C3%A1sico/Deslocamento%20de%20neutro.pdf>>. Acesso em: 25 maio 2017.

Vamos, agora, a um exemplo de análise de um sistema trifásico desequilibrado conectado em Y-Y.



Uma fonte trifásica equilibrada conectada em Y, com  $V_{an} = 240\angle 0^\circ$  (rms), é conectada por quatro condutores, sendo um condutor neutro perfeito, e três condutores de fase com impedância de  $Z_L = 0,5 + j1 \Omega$  cada um, a uma carga desequilibrada conectada em Y, as quais  $Z_a = 10 \Omega$ ,  $Z_b = 10 - j5 \Omega$  e  $Z_c = j20 \Omega$ . Calcule as quatro correntes de linha (JOHNSON; HILBURN; JOHNSON, 1994). As correntes de linha das fases a, b e c podem ser obtidas conforme o diagrama da Figura 2.17, uma vez que o neutro é um condutor perfeito. Assim sendo,

$$I_{aA} = \frac{V_{an}}{Z_L + Z_a} = \frac{240\angle 0^\circ}{10,5 + j1} = 22,754\angle -5,440^\circ \text{ A}$$

$$I_{bB} = \frac{V_{bn}}{Z_L + Z_b} = \frac{240\angle -120^\circ}{10,5 - j4} = 21,360\angle -99,146^\circ \text{ A}$$

$$I_{cC} = \frac{V_{cn}}{Z_L + Z_c} = \frac{240\angle 120^\circ}{0,5 + j21} = 11,425\angle 31,364^\circ \text{ A}$$

e a corrente no neutro pode ser obtida como segue:

$$I_{nN} = -(I_{aA} + I_{bB} + I_{cC})$$

$$I_{nN} = -(22,754\angle -5,440^\circ + 21,360\angle -99,146^\circ + 11,425\angle 31,364^\circ)$$

$$I_{nN} = 33,778\angle 149,193^\circ \text{ A}$$

## Potência

Nos circuitos trifásicos equilibrados, as cargas, divididas igualmente entre as três fases, estão submetidas a tensões de mesmo módulo e, por isso, drenam correntes de mesmo módulo. Dessa forma, a potência por fase (ou monofásica) é um terço da potência total trifásica. Tanto para cargas conectadas em Y ou em  $\Delta$ , temos que (SADIKU; MUSA; ALEXANDER, 2014)  $P_{1f} = V_f I_L \cos(\theta - \phi)$  e a potência reativa por fase é  $Q_{1f} = V_f I_L \sin(\theta - \phi)$ , onde  $V_f$  é o módulo de tensão de fase,  $I_L$  é o módulo da corrente de linha e  $(\theta - \phi)$  é a diferença angular entre os fasores  $V_f$  e  $I_L$ . Logo, podemos concluir que as potências trifásicas são dadas por  $P_{3f} = 3 \cdot P_{1f}$   $Q_{3f} = 3 \cdot Q_{1f}$ .

Da mesma forma que na Seção 2.2, poderíamos ter obtido as potências diretamente da potência complexa, ou seja,  $S_{1f} = \mathbf{V}_f \mathbf{I}_L^* = P_{1f} + jQ_{1f}$ , ou na forma polar,  $S_{1f} = V_f I_L \angle (\theta - \phi)$ , ao passo que a potência trifásica seria simplesmente  $S_{3f} = 3 \cdot S_{1f}$ .



### Assimile

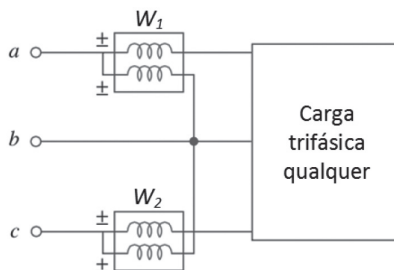
Sabemos, da Seção 2.2, que a potência complexa nos fornece todas as informações sobre a potência de um elemento de circuito, incluindo as potências ativa  $P$  e reativa  $Q$ , a potência aparente  $s = V_f I_L$  e o fator de potência  $FP = \cos(\theta - \phi)$ .

Se desejássemos calcular as potências trifásicas em termos das tensões de linha, teríamos, para as potências ativa, reativa e complexa, respectivamente  $P_{3f} = \sqrt{3} \cdot V_L I_L \cos(\theta - \phi)$ ,  $Q_{3f} = \sqrt{3} \cdot V_L I_L \sin(\theta - \phi)$  e  $S_{3f} = \sqrt{3} \cdot V_L I_L \angle (\theta - \phi)$ .

Na prática, a potência ativa em um circuito elétrico é obtida a partir de um instrumento chamado wattímetro. Em um sistema trifásico equilibrado, precisaríamos de apenas um wattímetro, de modo que a potência total do sistema seria três vezes o valor obtido pelo instrumento. No entanto, precisaríamos de dois ou três wattímetros para a obtenção da potência total em um sistema trifásico desequilibrado. A seguir, será apresentado um método de medição de potência em circuitos trifásicos quaisquer, ou seja, conectados em qualquer tipo de configuração, equilibrados ou não (SADIKU; MUSA; ALEXANDER, 2014).

O método dos dois wattímetros é o método mais comumente usado para a obtenção da potência em sistemas trifásicos. Note que dois wattímetros são conectados em quaisquer combinações entre as fases, conforme ilustra a Figura 2.19. Esse método não nos fornece a potência por fase, mas sim a potência trifásica absorvida pela carga, ou seja,  $P_{3f} = P_1 + P_2$ , onde  $P_1$  e  $P_2$  são as leituras de potência nos wattímetros 1 e 2, respectivamente, dadas por  $P_1 = V_{ab} I_{aA} \cos(\theta - \phi)$  e  $P_2 = V_{cb} I_{cC} \cos(\theta - \phi)$ , onde  $V_{ab}$  e  $V_{cb}$  são os módulos das tensões de linha,  $I_{aA}$  e  $I_{cC}$  são os módulos das correntes de linha, e  $(\theta - \phi)$  é a defasagem angular entre o fasor de tensão de linha e sua corrente de linha correspondente.

Figura 2.19 | Método dos dois wattímetros



Fonte: adaptada de Sadiku, Musa e Alexander (2014).

O método dos dois wattímetros, no entanto, além de não nos fornecer a potência real por fase, não pode ser usado para medir a potência em um sistema trifásico a quatro fios a menos que a corrente de neutro seja nula. Por isso, tipicamente usa-se o método dos três wattímetros para a medição de potência em um sistema trifásico a quatro fios.



### Pesquise mais

Um amplo conteúdo sobre esse tipo de medição pode ser encontrado no Capítulo 14 do livro: SADIKU, Matthew N. O.; MUSA, Sarhan; ALEXANDER, Charles K. **Análise de circuitos elétricos com aplicações**. 5. ed. Porto Alegre: AMGH Editora, 2014.

Vejamos, agora, um exemplo envolvendo o uso do método dos dois wattímetros para a medição de potência em um sistema trifásico.



### Exemplificando

Suponha que o sistema da Figura 2.19, com os wattímetros posicionados exatamente da mesma maneira, alimenta uma carga equilibrada  $Z_L = 4 + j15$  com  $V_{ab} = 230\angle 0^\circ$  V (rms). Vamos obter a leitura de cada wattímetro e a potência total drenada pela carga, sabendo que as tensões de linha são dadas em Volts por

$$V_{ab} = 230\angle 0^\circ$$

$$V_{bc} = 230\angle -120^\circ$$

$$V_{ca} = 230\angle 120^\circ$$

O wattímetro 1 mede a corrente de linha na fase  $a$  e a tensão  $\mathbf{V}_{ab}$ , ao passo que o wattímetro 2 mede a corrente de linha na fase  $c$  e a tensão  $\mathbf{V}_{cb}$ , que é dada por  $-\mathbf{V}_{bc} = 230\angle 60^\circ \text{ V}$ .

A corrente de linha na fase  $a$  é dada por:

$$\mathbf{I}_{aA} = \frac{\mathbf{V}_{an}}{\mathbf{Z}_L} = \frac{230 / \sqrt{3} \angle -30^\circ}{4 + j15} = 8,554 \angle -105,1^\circ \text{ A}$$

Como o sistema é equilibrado, a corrente de linha na fase  $c$  é obtida facilmente da seguinte forma:

$$\mathbf{I}_{cC} = \frac{\mathbf{V}_{cn}}{\mathbf{Z}_L} = \mathbf{I}_{aA} \cdot 1 \angle 120^\circ = 8,554 \angle 14,931^\circ \text{ A}$$

Podemos, então, calcular a leitura de potência dos wattímetros como

$$P_1 = V_{ab} I_{aA} \cos(\theta - \phi)$$

$$P_1 = 230 \cdot 8,554 \cos(0 + 105,1) = -512,522 \text{ W}$$

$$P_2 = V_{cb} I_{cC} \cos(\theta - \phi)$$

$$P_2 = 230 \cdot 8,554 \cos(60^\circ - 14,931^\circ) = 1389,5 \text{ W}.$$

Logo, a potência ativa total absorvida pela carga é

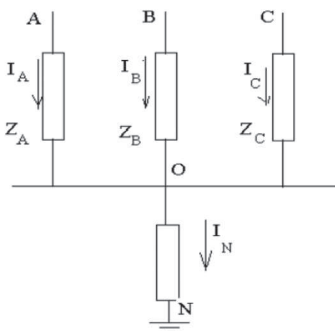
$$P_T = P_1 + P_2 = 876,978 \text{ W}.$$

Agora, estamos aptos a resolver o problema do início da seção e muitos outros problemas envolvendo circuitos trifásicos.

## Sem medo de errar

O circuito trifásico da iluminação do galpão da indústria é formado por três lâmpadas, uma de 200 W (fase A), uma de 120 W (fase B) e outra de 80 W (fase C), ligadas em estrela, a uma tensão de linha de 380 V, conforme ilustra a Figura 2.20. Devemos calcular a) a tensão de deslocamento de neutro, supondo que a sua resistência seja de 30 Ohm, e b) a tensão em cada carga. O problema nos diz ainda que, se a tensão em uma lâmpada diferir de  $\pm 5\%$  da tensão nominal, temos um problema de cintilação luminosa relacionado àquela lâmpada.

Figura 2.20 | Circuito trifásico da instalação elétrica do galpão da indústria



Fonte: Menezes (2017).

Da figura, sabemos que corrente no neutro é dada por:

$$I_{ON} = -(I_{OA} + I_{OB} + I_{OC}).$$

Podemos escrever a equação anterior em termos das tensões nodais:

$$\frac{V_o - V_N}{R_N} = -\left(\frac{V_o - V_A}{Z_A} + \frac{V_o - V_B}{Z_B} + \frac{V_o - V_C}{Z_C}\right) = \frac{V_A - V_o}{Z_A} + \frac{V_B - V_o}{Z_B} + \frac{V_C - V_o}{Z_C}$$

ou ainda

$$\frac{V_{ON}}{R_N} = \frac{V_{AO}}{Z_A} + \frac{V_{BO}}{Z_B} + \frac{V_{CO}}{Z_C} \quad (2.14)$$

Porém, desejamos medir a tensão entre as fases e a referência absoluta **N** (isto é, o potencial elétrico efetivamente zero). Da Figura 2.20, temos que  $V_{AN} = V_{AO} + V_{ON}$  e  $V_{AO} = V_{AN} - V_{ON}$ . Analogamente,  $V_{BO} = V_{BN} - V_{ON}$  e  $V_{CO} = V_{CN} - V_{ON}$ , as quais são substituídas em (2.14) resultando em:

$$\frac{V_{ON}}{R_N} = \frac{V_{AN} - V_{ON}}{Z_A} + \frac{V_{BN} - V_{ON}}{Z_B} + \frac{V_{CN} - V_{ON}}{Z_C} \quad \text{isolando em}$$

termos de  $V_{ON}$ , tem-se:

$$V_{ON} \left( \frac{1}{R_N} + \frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} + \frac{1}{Z_C} \right) = \frac{V_{AN}}{Z_A} + \frac{V_{BN}}{Z_B} + \frac{V_{CN}}{Z_C}, \text{ ou ainda}$$

$$V_{on} \left( \frac{1}{Z_{eq}} \right) = I_{ON}.$$

Portanto, a tensão de deslocamento de neutro é dada por  $\mathbf{V}_{ON} = \mathbf{Z}_{eq} \cdot \mathbf{I}_{ON}$ .

a) Para o problema em questão, devemos primeiramente calcular as impedâncias (que são resistências puras) das lâmpadas:

$$R_A = \frac{V_f^2}{P_A} = \frac{(380 / \sqrt{3})^2}{200} = 240,666 \, \Omega$$

$$R_B = \frac{V_f^2}{P_B} = \frac{(380 / \sqrt{3})^2}{120} = 401,111 \, \Omega$$

$$R_C = \frac{V_f^2}{P_C} = \frac{(380 / \sqrt{3})^2}{80} = 601,666 \, \Omega$$

Podemos, agora, calcular as correntes de linha, a corrente de neutro, e  $\mathbf{Z}_{eq}$ :

$$\mathbf{I}_{AO} = \frac{\mathbf{V}_{AN}}{R_A} = \frac{380 / \sqrt{3} \angle 0^\circ}{240,666} = 0,912 \angle 0^\circ \, A$$

$$\mathbf{I}_{BO} = \frac{\mathbf{V}_{BN}}{R_B} = \frac{380 / \sqrt{3} \angle -120^\circ}{401,111} = 0,547 \angle -120^\circ \, A$$

$$\mathbf{I}_{CO} = \frac{\mathbf{V}_{CN}}{R_C} = \frac{380 / \sqrt{3} \angle 120^\circ}{601,666} = 0,364 \angle 120^\circ \, A$$

$$\mathbf{I}_{ON} = \mathbf{I}_{AO} + \mathbf{I}_{BO} + \mathbf{I}_{CO} = 0,483 \angle -19,145^\circ \, A$$

$$\mathbf{Z}_{eq} = \left( \frac{1}{R_N} + \frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} + \frac{1}{Z_C} \right)^{-1}$$

$$\mathbf{Z}_{eq} = \left( \frac{1}{30} + \frac{1}{240,666} + \frac{1}{401,111} + \frac{1}{601,666} \right)^{-1} = 24,013 \, \Omega$$

Logo, a tensão de deslocamento de neutro é:

$$\mathbf{V}_{ON} = \mathbf{Z}_{eq} \cdot \mathbf{I}_{ON} = 24,013 \cdot 0,483 \angle -19,145^\circ = 11,598 \angle -19,145^\circ \, V$$

b) A tensão em cada carga pode ser obtida como segue:

$$\mathbf{V}_{AO} = \mathbf{V}_{AN} - \mathbf{V}_{ON} = 380 / \sqrt{3} \angle 0^\circ - 11,598 \angle -19,145^\circ = 208,471 \angle 1,045^\circ \, V$$

$$\mathbf{V}_{BO} = \mathbf{V}_{BN} - \mathbf{V}_{ON} = 380 / \sqrt{3} \angle -120^\circ - 11,598 \angle -19,145^\circ = 221,870 \angle -122,943^\circ \, V$$

$$\mathbf{V}_{CO} = \mathbf{V}_{CN} - \mathbf{V}_{ON} = 380 / \sqrt{3} \angle 120^\circ - 11,598 \angle -19,145^\circ = 228,291 \angle 121,904^\circ \, V$$

Na prática, as magnitudes das tensões são muito mais importantes que os seus ângulos de fase (MENEZES, 2017). A lâmpada de 200 W está submetida a uma tensão de 208,47 V, a de 120 W, 221,87 V, e a de 80 W, 228,29 V. Assim sendo, há um problema de cintilação luminosa com a lâmpada da fase A devido ao deslocamento do neutro, já que a tensão obtida é 5% menor que aquela do valor nominal (220 V fase). A solução para a indústria seria reforçar o aterramento do circuito de iluminação do galpão.

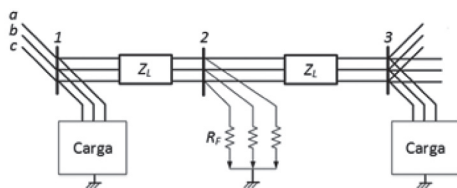
## Avançando na prática

### Flutuações de tensão

#### Descrição da situação-problema

Na Seção 2.1, comentamos que os equipamentos presentes em um sistema elétrico devem ser dimensionados de modo a suportar as correntes de curto-circuito, até que algum dispositivo de proteção possa atuar. O curto-circuito mais comum é o monofásico (envolvendo uma das fases e a terra), porém o mais severo é o trifásico, visto que ele envolve as maiores correntes. O curto-circuito trifásico é também chamado de curto-circuito equilibrado, uma vez que correntes de mesma magnitude são produzidas nas três fases do sistema. Nesse contexto, você foi o engenheiro designado pela *Global Transmission Ltd.* para projetar a proteção de uma rede elétrica. Para tanto, você deverá determinar as correntes de curto-circuito trifásico na barra 2 da Figura 2.21, considerando uma tensão pré-falta de 69 kV linha (rms) na barra 1,  $Z_L = 1 + j5 \, \Omega$  e resistência de curto ( $R_F$ ) de  $5 \, \Omega$ . Dica: despreze as cargas e o circuito a jusante da barra 2 e calcule a corrente de curto-circuito para a fase *a*. Em seguida, obtenha a corrente das fases *b* e *c* defasando a corrente da fase *a* de  $-120^\circ$  e  $120^\circ$ , respectivamente.

Figura 2.21 | Curto-circuito trifásico em um sistema de transmissão



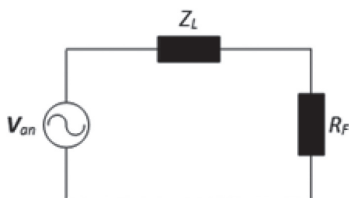
Fonte: adaptada de Pereira, Silva e Mantovani (2008).

## Resolução da situação-problema

Para calcular curto-circuito, devemos desprezar as cargas e o circuito a jusante da barra 2, que é a barra sob falta. Como o curto-circuito é trifásico (equilibrado), podemos calcular a corrente de curto-circuito para a fase *a* e, em seguida, obter as correntes das fases *b* e *c* defasando a corrente da fase *a* de  $-120^\circ$  e  $120^\circ$ , respectivamente.

A Figura 2.22 ilustra o diagrama da fase *a* do sistema sob curto-circuito.

Figura 2.22 | Diagrama da fase *a* do sistema sob curto-circuito



Fonte: elaborada pelo autor.

A corrente de curto-circuito na fase *a* é:

$$I_{aA} = \frac{V_{an}}{Z_L + R_F} = \frac{69 \cdot 10^3 \angle 0^\circ}{6 + j5} = 8,834 \angle -39,806^\circ \text{ kA}$$

As correntes de curto-circuito nas demais fases podem, então, ser obtidas como segue:

$$I_{bB} = I_{aA} \cdot 1 \angle -120^\circ = 8,834 \angle -159,806^\circ \text{ kA}$$

$$I_{cC} = I_{aA} \cdot 1 \angle 120^\circ = 8,834 \angle 80,194^\circ \text{ kA}$$

## Faça valer a pena

**1.** A sequência de fases pode ser definida como a ordem na qual os fasores das tensões de fase passam por um ponto fixo qualquer no diagrama fasorial, enquanto o diagrama gira no sentido anti-horário. A sequência de fases é muito importante na conexão de motores trifásicos, pois é ela quem determina a direção de rotação desses equipamentos.

Suponha uma fonte trifásica cuja tensão na fase *c* é de  $5 \angle -240^\circ$  V.

I – Deduz-se que a sequência de fases é negativa.

II – A tensão da fase *b* é igual a  $5 \angle -120^\circ$  V.

III – A tensão especificada para a fase *c* é a mesma que  $5 \angle 120^\circ$  V.

IV – Deduz-se que a sequência de fases é positiva.

V – A tensão da fase  $a$  é igual a  $5\angle 120^\circ$  V.

Análise as assertivas e assinale a alternativa que contém apenas afirmações verdadeiras.

- a) Apenas I está correta.
- b) Apenas I, II e III estão corretas.
- c) Apenas II, III e IV estão corretas.
- d) Apenas III, IV e V estão corretas.
- e) Apenas IV e V estão corretas.

**2.** Os sistemas trifásicos podem ser conectados de diversas maneiras. As fontes em sistemas de transmissão de energia normalmente são conectadas em Y, uma vez que as fontes conectadas em  $\Delta$  geram o indesejado efeito das correntes no  $\Delta$ . As cargas são comumente conectadas em  $\Delta$ , uma vez que essa conexão possibilita a fácil remoção da carga de uma das fases, o que não pode ser feito numa carga conectada em Y com o neutro inacessível.

Considere um circuito trifásico equilibrado conectado em Y-Y. Os valores das impedâncias das linhas de transmissão são iguais a  $5 - j2 \Omega$ , e o valor da impedância da carga por fase é igual a  $10 + j8 \Omega$ . A tensão na fase  $a$  é igual a  $110\angle 0^\circ$  V (rms). Então, valores das correntes de linha serão iguais a:

- a)  $I_a = 6,81\angle 21,8^\circ$  A;  $I_b = 5,81\angle 98,2^\circ$  A;  $I_c = 5,81\angle -141,8^\circ$  A
- b)  $I_a = 6,81\angle -21,8^\circ$  A;  $I_b = 9,81\angle -141,8^\circ$  A;  $I_c = 9,81\angle 98,2^\circ$  A
- c)  $I_a = 6,81\angle 21,8^\circ$  A;  $I_b = 9,81\angle 98,2^\circ$  A;  $I_c = 9,81\angle -141,8^\circ$  A
- d)  $I_a = 6,81\angle -21,8^\circ$  A;  $I_b = 6,81\angle -141,8^\circ$  A;  $I_c = 6,81\angle 98,2^\circ$  A
- e)  $I_a = 6,81\angle -21,8^\circ$  A;  $I_b = 6,81\angle 98,2^\circ$  A;  $I_c = 6,81\angle -141,8^\circ$  A

**3.** A potência total entregue por um gerador trifásico a um circuito é igual à soma das potências das três fases. No caso de sistemas equilibrados, podemos obter a potência em uma das fases e multiplicá-la por 3 para obter a potência total. Para calcular a potência fornecida a cargas quaisquer conectadas em Y a quatro fios, utiliza-se o método dos três wattímetros. Para o caso de cargas quaisquer conectadas em Y ou  $\Delta$ , é possível calcular a potência utilizando o método de dois wattímetros.

Considere um sistema trifásico a três fios em Y-Y. A tensão da fase a é igual a  $220\angle 0^\circ$  V (rms). As impedâncias das linhas e da carga por fase são, respectivamente,  $5 - j2 \, \Omega$  e  $10 + j8 \, \Omega$ . Assim, a potência complexa absorvida pela carga apenas é igual a:

- a)  $5976,74 + j4153,5$  VA
- b)  $4566,74 + j7453,7$  VA
- c)  $2566,74 + j5453,9$  VA
- d)  $6676,74 + j8953,42$  VA
- e)  $5563,498 + j4450,798$  VA

# Referências

BOYLESTAD, R. L. **Introdução à análise de circuitos**. 10. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2004.

DUARTE, J. **O que é Eficiência Energética** -como economizar energia elétrica. Disponível em: <<http://fluxoconsultoria.poli.ufrj.br/blog/arquitetura-construcao/eficiencia-energetica-o-que-e-economizar/>>. Acesso em: 18 maio 2017.

HAYT JR, W. H.; KEMMERLY, J. E.; DURBIN, S. M. **Análise de circuitos em Engenharia**. 8. ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

JOHNSON, D. E.; HILBURN, J. L.; JOHNSON, J. **Fundamentos de análise de circuitos elétricos**. 4. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1994.

MENEZES, A. S. C. **O problema do deslocamento de neutro em circuitos trifásicos estrela desequilibrados**. Disponível em: <<https://app.cear.ufpb.br/~asergio/Eletrot%C3%A9cnica/Trif%C3%A1sico/Deslocamento%20de%20neutro.pdf>>. Acesso em: 25 maio 2017.

PEREIRA, R. A. F.; DA SILVA, L. G. W. da; MANTOVANI, J. R. S. Algoritmo baseado em afundamentos de tensão para localização de faltas em alimentadores de distribuição de energia elétrica. **Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica**, v. 19, n. 3, p. 337-349, 2008.

POMILIO, J. A.; DECKMANN, S. M. **Flutuações de tensão e o efeito da cintilação luminosa**. Disponível em: <<http://www.dsce.fee.unicamp.br/~antenor/pdf/qualidade/a4.pdf>>. Acesso em: 25 maio. 2017.

SADIKU, Matthew N. O.; MUSA, Sarhan; ALEXANDER, Charles K. **Análise de circuitos elétricos com aplicações**. 5. ed. Porto Alegre: AMGH Editora, 2014.

SODRÉ, U. Matemática Essencial: superior: variáveis complexas: números complexos. Disponível em: <<http://www.uel.br/projetos/matessencial/superior/vc/vc01.htm#htoc13>>. Acesso em: 15 maio. 2017.

UNISUL. Tabela de Identidades Trigonômétricas. Disponível em: <<http://www.eqm.unisul.br/download/trig/>>. Acesso em: 15 maio. 2017.

ZANETTA JR, L. C. **Fundamentos de sistemas elétricos de potência**. São Paulo: Livraria da Física, 2006.

# Transformadores, motores e geradores

## Convite ao estudo

Os transformadores, dispositivos elétricos capazes de converter tensão elétrica c.a. de um nível em tensão elétrica c.a. de outro nível na mesma frequência, possibilitam que a tensão gerada, tipicamente em níveis entre 12 a 25 kV, seja elevada para ser transmitida por longas distâncias. Em um nível de tensão maior, a mesma quantidade de potência pode ser transmitida com correntes menores, reduzindo as perdas e as quedas de tensão ao longo das linhas. Nos centros de consumo, os transformadores possibilitam a redução das tensões a níveis compatíveis com os equipamentos dos seus consumidores.

Uma máquina elétrica é um dispositivo que pode converter tanto a energia mecânica em energia elétrica como a energia elétrica em energia mecânica. Quando este dispositivo é usado para converter energia mecânica em energia elétrica, ele é denominado gerador. Por outro lado, quando tal dispositivo é empregado para converter energia elétrica em energia mecânica, ele é denominado motor. Qualquer máquina elétrica pode ser usada tanto como gerador quanto motor, uma vez que qualquer máquina é capaz de fazer a conversão da energia em ambos os sentidos. (CHAPMAN, 2013)

Por que transformadores, geradores e motores elétricos são tão importantes para a vida moderna? A resposta é simples: a energia elétrica é uma forma de energia eficiente, que pode ser obtida de maneira limpa, fácil de ser transmitida por longas distâncias e de ser controlada. Desta forma, ela pode ser gerada a partir de outra forma de energia, como a energia térmica em uma usina termelétrica. Em seguida, os transformadores possibilitam que a energia elétrica em c.a. possa ser transmitida

por longas distâncias até os centros de consumo, onde pode ser utilizada em casas, escritórios, hospitais, indústrias etc. Os motores elétricos, por sua vez, produzem força motriz para acionar eletrodomésticos, como refrigeradores, freezers, aparelhos de ar-condicionado e também para mover grandes máquinas em indústrias.

Os temas relativos aos transformadores, geradores e motores serão estudados nesta unidade. As três seções desta unidade estão divididas da seguinte maneira: na Seção 3.1, apresenta-se o transformador, incluindo uma breve introdução sobre o equipamento, o transformador ideal, o autotransformador e o transformador real; na Seção 3.2, apresentam-se as máquinas de corrente alternada, incluindo a produção de campo girante, o motor de indução, considerando as partidas plena e com tensão reduzida, e o gerador síncrono; por fim, na Seção 3.3, apresentam-se as máquinas de corrente contínua, contemplando temas como o gerador c.c. elementar e o motor c.c. elementar, ambos funcionando tanto como eletroímã quanto como ímã permanente.

Ao término desta unidade, você deverá dominar os conhecimentos básicos de transformadores, máquinas elétricas e ser capaz de resolver problemas que contemplam situações reais de engenharia elétrica. Para atingir este objetivo, deverá estudar com empenho os assuntos apresentados, resolver as questões propostas e pesquisar, sempre que sugerido, para complementar o seu estudo.

# Seção 3.1

## Transformadores

### Diálogo aberto

O sistema elétrico de potência divide-se em geração, transmissão e distribuição de energia elétrica. As distribuidoras recebem a energia dos agentes supridores, ou seja, das transmissoras, geradoras ou outras distribuidoras, e a entregam aos consumidores finais, sejam eles rurais, residenciais, comerciais, industriais, ou pertencentes a outras classes (ANEEL, 2017). A energia recebida pelas distribuidoras é sempre inferior à energia suprida pelos agentes supridores. Essa diferença é denominada perda de energia.

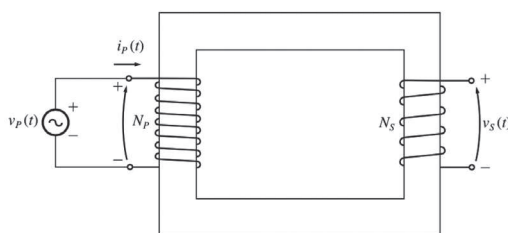
Nos sistemas de transmissão de energia elétrica, a maioria das perdas acontece por consequência do aquecimento (efeito Joule) nas extensas linhas de alta tensão que ligam as usinas geradoras às distribuidoras de energia. As perdas são proporcionais ao quadrado da corrente que flui pelas linhas e podem ser minimizadas (jamais evitadas) escolhendo-se um nível de tensão de transmissão que seja alto o suficiente para que as correntes sejam as menores possíveis, mantendo-se a mesma potência transmitida.

Nesse contexto, a empresa Global Transmission Ltd. foi contratada para projetar uma linha de transmissão que transmitirá uma potência de 50 MW com fator de potência 0,95 indutivo, por meio de uma linha de transmissão trifásica, que se estenderá desde a usina geradora até o centro de consumo situado a 100 km de distância. Há um impasse na empresa sobre qual deve ser o nível de tensão de transmissão para que se tenha a menor perda de potência na linha. Alguns engenheiros da empresa afirmam que é melhor elevar a tensão de geração, que é 12,5 kV, até 138 kV. Outros afirmam que é melhor elevar a tensão de geração até 230 kV. Você, um engenheiro experiente, pegou o problema para si e vai provar, por meio de cálculos, qual será o melhor nível de tensão de transmissão. Considerando que o condutor possui resistência  $R = 2,064 \cdot 10^{-3} \, \Omega / \text{km}$ , calcule a perda na linha para os dois níveis de tensão mencionados. Apresente um relatório detalhado dos cálculos, indicando ao final qual deve ser a tensão de transmissão.

### Introdução

A principal finalidade de um transformador é converter potência elétrica c.a. de um nível de tensão em potência elétrica c.a. de mesma frequência e outro nível de tensão. O princípio de funcionamento de um transformador baseia-se na lei de Faraday (CHAPMAN, 2013). Essa lei afirma que, se houver um fluxo magnético passando através de uma espira de fio condutor, então, uma tensão diretamente proporcional à taxa de variação do fluxo em relação ao tempo será induzida. Para compreender claramente esse conceito, analise a Figura 3.1, a qual ilustra um transformador monofásico composto de duas bobinas com  $N_P$  e  $N_S$  espiras, respectivamente, que envolvem um núcleo de material ferromagnético. Entenda que o subscrito P denota primário e o subscrito S denota secundário.

Figura 3.1 | Transformador monofásico



Fonte: Chapman (2013, p. 77).

Com uma fonte de tensão alternada  $v_P(t)$  conectada à bobina primária (ou enrolamento primário), a corrente  $i_P(t)$  produz um fluxo magnético alternado, o qual, ao atravessar a bobina secundária (ou enrolamento secundário), induz uma tensão  $v_S(t)$  proporcional ao número de espiras  $N_S$  e à taxa de variação do fluxo concatenado com ela:

$$v_S(t) = N_S \frac{d\lambda(t)}{dt} \quad (3.1)$$

Em que  $\lambda$  é o fluxo concatenado (ou enlaçado) com a bobina secundária (BARRETO et al., 2012).

## Transformador ideal

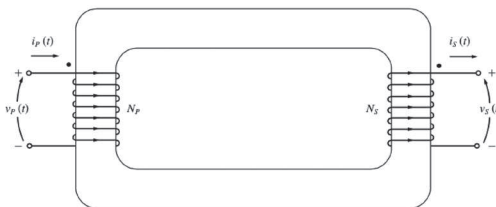
Um transformador ideal é um dispositivo sem perdas com um enrolamento de entrada (primário) e um enrolamento de saída (secundário). A Figura 3.2 ilustra um transformador ideal de  $N_P$  espiras no lado do enrolamento primário e  $N_S$  espiras no lado do enrolamento secundário. Note que os enrolamentos primário e secundário são eletricamente isolados, ou seja, não há conexão entre eles. A relação entre a tensão  $v_P(t)$  aplicada no lado do enrolamento primário do transformador e a tensão  $v_S(t)$  induzida no lado do secundário é:  $\frac{v_P(t)}{v_S(t)} = \frac{N_P}{N_S} = a$ , em que  $a$  é definido como a relação de transformação do transformador.

A relação entre a corrente  $i_P(t)$  que entra no lado primário do transformador e a corrente  $i_S(t)$  que sai do lado secundário do transformador é:  $N_P i_P(t) = N_S i_S(t)$ , ou  $\frac{i_P(t)}{i_S(t)} = \frac{1}{a}$ .

Em termos de grandezas fasoriais:  $\frac{\mathbf{V}_P}{\mathbf{V}_S} = a$  (2),  $\frac{\mathbf{I}_P}{\mathbf{I}_S} = \frac{1}{a}$  (3)

A relação de espiras do transformador ideal afeta as magnitudes das tensões e correntes, mas não os seus ângulos. Portanto, os ângulos de fase de  $\mathbf{V}_P$  e  $\mathbf{V}_S$ , e de  $\mathbf{I}_P$  e  $\mathbf{I}_S$  são iguais, de modo que as equações (3.2) e (3.3) podem ser expressas apenas em termos das magnitudes dos fasores.

Figura 3.2 | Transformador ideal



Fonte: Chapman (2013, p. 70).



### Assimile

A relação entre as tensões dos enrolamentos primário e secundário é dada por  $\frac{\mathbf{V}_P}{\mathbf{V}_S} = a$ , enquanto que a relação entre a corrente no lado

primário e a corrente no lado secundário é dada pelo inverso da relação entre as tensões, ou seja, por  $\frac{I_P}{I_S} = \frac{1}{a}$ .

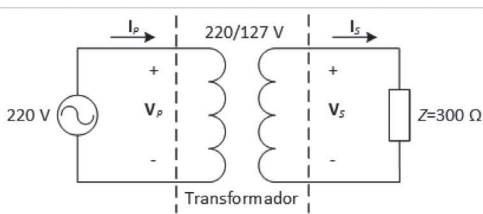
Vejamos agora um exemplo no qual aplicaremos as equações (3.2) e (3.3) para obter um parâmetro de interesse em um circuito contendo um transformador.



### Exemplificando

Obtenha o valor da corrente  $I_P$  no circuito mostrado na Figura 3.3.

Figura 3.3 | Circuito composto por fonte, transformador ideal e carga



Fonte: elaborada pelo autor.

O transformador ideal da figura é um transformador abaixador, cujas tensões nominais dos enrolamentos primário e secundário são, respectivamente, 220 V e 127 V. Assim, a relação de transformação é:

$$a = \frac{220}{127} = 1,732.$$

Considerando a tensão na fonte como  $V_P = 220\angle 0^\circ \text{ V}$ , pode-se calcular a tensão sobre a carga  $Z$ :  $V_S = \frac{V_P}{a} = \frac{220\angle 0^\circ}{1,732} = 127\angle 0^\circ \text{ V}$ .

A corrente  $I_S$  vale:  $I_S = \frac{V_S}{Z} = \frac{127\angle 0^\circ}{300} = 0,423\angle 0^\circ \text{ A}$ .

Logo, a corrente  $I_P$  vale:  $I_P = \frac{I_S}{a} = \frac{0,423\angle 0^\circ}{1,732} = 0,244\angle 0^\circ \text{ A}$ .

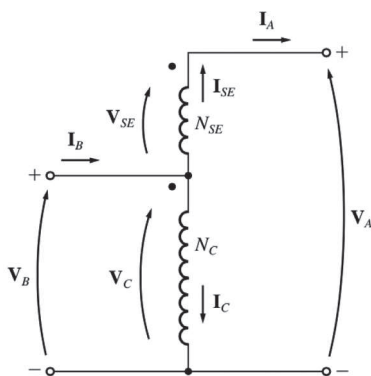
Note que não houve defasagem angular entre as grandezas do primário e do secundário do transformador e, portanto, poderíamos ter resolvido a questão apenas em termos das magnitudes das grandezas.

## Autotransformador

Muitas vezes, pequenas elevações de tensão podem ser necessárias devido a quedas de tensão que ocorrem em pontos do sistema de potência que estão muito distantes dos geradores. Nessas circunstâncias, seria extremamente dispendioso e, portanto, desnecessário utilizar um transformador com dois enrolamentos, cada um especificado para aproximadamente a mesma tensão. Em vez disso, utiliza-se um transformador especial, caracterizado pela conexão elétrica entre os enrolamentos primário e secundário, denominado autotransformador (CHAPMAN, 2013).

A Figura 3.4 ilustra um autotransformador elevador. A relação entre a tensão do primeiro enrolamento e a tensão do segundo é dada pela relação de espiras do transformador. Porém, a tensão na saída do autotransformador é a soma da tensão do primeiro enrolamento mais a tensão do segundo. O primeiro enrolamento é denominado enrolamento comum, porque sua tensão aparece em ambos os lados do transformador, ao passo que o enrolamento menor é denominado enrolamento em série, porque está conectado em série com o enrolamento comum.

Figura 3.4 | Autotransformador elevador



Fonte: Chapman (2013, p. 110).

Antes de definirmos as relações de tensão e corrente em um autotransformador, definiremos a terminologia utilizada para este dispositivo com base na Figura 3.4. No enrolamento comum, tensão e corrente são denominadas, respectivamente, de tensão comum  $V_C$ , e corrente comum  $I_C$ . Já no enrolamento em série, tensão e

corrente são denominadas, respectivamente, tensão em série  $V_{SE}$  e corrente em série  $I_{SE}$ . A tensão e a corrente no lado de baixa tensão do transformador são denominadas  $V_B$  e  $I_B$ , respectivamente, ao passo que as respectivas tensão e corrente no lado de alta tensão do transformador são denominadas  $V_A$  e  $I_A$ . Temos ainda que  $N_C$  e  $N_{SE}$  são, nesta ordem, o número de espiras no enrolamento comum e o número de espiras no enrolamento em série.

A relação entre as tensões  $V_A$  e  $V_B$  pode ser determinada facilmente, resultando em: 
$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{N_C}{N_{SE} + N_C}.$$

Por outro lado, a relação entre as correntes  $I_A$  e  $I_B$  é dada por: 
$$\frac{I_B}{I_A} = \frac{N_{SE} + N_C}{N_C}.$$

Os autotransformadores possuem os enrolamentos primário e secundário eletricamente conectados (diferente dos transformadores convencionais, os quais possuem os enrolamentos primário e secundário eletricamente isolados, ou seja, não há uma conexão física entre eles) e, portanto, só podem ser utilizados quando não é necessário o isolamento elétrico entre esses enrolamentos. Apesar desta limitação, o autotransformador apresenta vantagens na transmissão de potência e eficiência em relação aos transformadores convencionais (BARRETO et al, 2012).



### Assimile

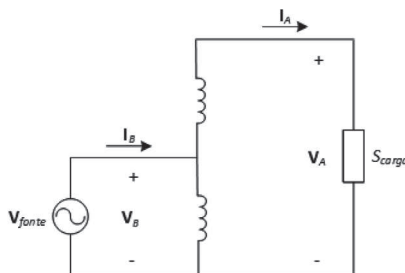
A relação entre as tensões nos lados de alta e baixa tensão em um autotransformador é dada por  $\frac{V_B}{V_A} = \frac{N_C}{N_{SE} + N_C}$ , enquanto que a relação entre as correntes no lado de alta tensão e a corrente no lado de baixa tensão é dada pelo inverso da relação entre as tensões, ou seja, por  $\frac{I_B}{I_A} = \frac{N_{SE} + N_C}{N_C}$ .

Vejamos um exemplo onde aplicaremos as relações entre tensões e correntes nos lados de alta e baixa tensão para obter os parâmetros de interesse em um circuito contendo um autotransformador.



Para a situação da Figura 3.5, tem-se uma fonte c.a. ajustável de 1,5 kV, um autotransformador de 30 kVA, 1,5/15,3 kV e uma carga de 30 kW, 15 kV nas condições nominais. Calcule a tensão e a corrente fornecidas pela fonte (BARRETO et al., 2012).

Figura 3.5 | Circuito composto por fonte, autotransformador e carga



Fonte: elaborada pelo autor.

Prontamente, podemos identificar que o autotransformador é abaixador e que sua relação de transformação é dada por:

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{1,5 \cdot 10^3}{15,3 \cdot 10^3} = 0,098.$$

Para a tensão  $V_A = 15 \cdot 10^3 \angle 0^\circ$  kV na carga, a tensão  $V_B$  fornecida pela fonte é dada por:

$$V_B = V_A \cdot 0,098 = 15 \cdot 10^3 \angle 0^\circ \cdot 0,098 = 1,471 \angle 0^\circ \text{ kV}.$$

A corrente na carga é mesma corrente  $I_A$  do lado de alta tensão, a qual pode

$$\text{ser obtida como segue: } I_A = \left( \frac{S_{\text{carga}}}{V_A} \right)^* = \frac{30 \cdot 10^3 \angle 0^\circ}{15 \cdot 10^3 \angle 0^\circ} = 2 \angle 0^\circ \text{ A}.$$

Sabemos que a relação entre as correntes dos lados de alta e baixa

$$\text{tensão é o inverso da relação das tensões, ou seja: } \frac{I_B}{I_A} = \frac{1}{0,098}.$$

Portanto, a corrente fornecida pela fonte, que nada mais é que a corrente

$$I_B \text{ do lado de baixa tensão, é: } I_B = \frac{I_A}{0,098} = \frac{2 \angle 0^\circ}{0,098} = 20,408 \angle 0^\circ \text{ A}.$$

## Transformador real

Os transformadores ideais partem do princípio de que não há perdas envolvidas durante o processo de transformação. Infelizmente, essa situação não representa o caso real e, portanto, qualquer modelo exato de um transformador deve levar em consideração todas as perdas envolvidas na sua operação. Estas são (BARRETO et al., 2012; CHAPMAN, 2013):

- **Perdas nos enrolamentos** ( $P_{\text{perdas}} = R \cdot I^2$ ): são as perdas devido ao aquecimento resistivo (Efeito Joule) nos enrolamentos primário e secundário do transformador.
- **Fluxo de dispersão**: parte do fluxo magnético escapa do núcleo do transformador e não contribui para a indução de tensão no enrolamento secundário.
- **Perdas por histerese**: correspondem à energia necessária para a orientação dos chamados domínios magnéticos durante o processo de magnetização do núcleo.
- **Perdas por corrente parasita (ou correntes de Foucault)**: as perdas por correntes parasitas são devidas ao aquecimento resistivo no núcleo do transformador em razão do fluxo magnético variável que por ele circula.



### Pesquise mais

O que pode ser feito para minimizar as correntes parasitas no núcleo de um transformador? A resposta para esta questão e mais algumas informações sobre as características construtivas dos transformadores podem ser encontradas no Capítulo 2 do livro a seguir.

CHAPMAN, S. J. **Fundamentos de máquinas elétricas**. Porto Alegre: AMGH, 2013.

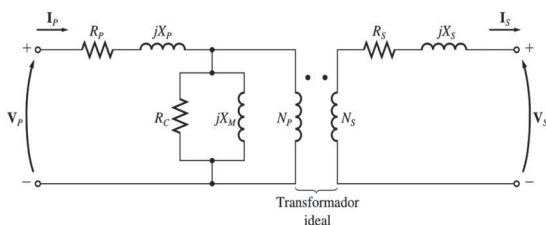
A Figura 3.6 ilustra um modelo que leva em consideração todas as perdas supracitadas. Basicamente, o modelo da figura corresponde a um transformador ideal conectado a parâmetros (resistências e reatâncias) que representam os fenômenos físicos que ocorrem durante a operação do dispositivo. Os parâmetros do modelo são definidos a seguir:

- $R_p$  e  $R_s$  são as resistências que levam em consideração as perdas nos enrolamentos.

- $X_P$  e  $X_S$  são as reatâncias que levam em consideração o fluxo disperso.
- $R_C$  é a resistência associada às perdas por correntes parasitas no núcleo.
- $X_M$  é a reatância que leva em consideração a magnetização do núcleo.

Ressalta-se ainda que  $R_C$  e  $X_M$  formam o chamado ramo de excitação, o qual é localizado depois de  $R_P$  e  $X_P$ . Isto se deve ao fato de que a tensão realmente aplicada ao transformador é a tensão de entrada menos as quedas de tensão internas do enrolamento primário. Note, também no modelo da Figura 3.6, que para o modelo do transformador real,  $\frac{V_P}{V_S} \neq \frac{N_P}{N_S}$ .

Figura 3.6 | Modelo de um transformador real



Fonte: Chapman (2013, p. 88).



## Refleta

Como os parâmetros que representam as perdas resultantes da operação do transformador poderiam ser adicionados a um autotransformador?

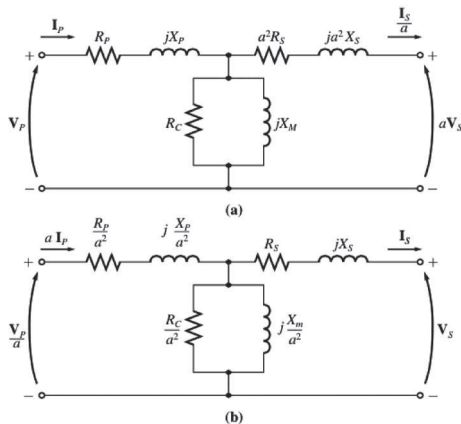


## Pesquise mais

Pode-se determinar experimentalmente os valores das indutâncias e resistências do modelo de transformador real. Uma aproximação adequada desses valores pode ser obtida com apenas dois testes ou ensaios, o ensaio a vazio e o ensaio de curto-circuito. Um amplo conteúdo sobre o assunto pode ser encontrado no Capítulo 2 do livro a seguir.

É possível implicitar o transformador ideal do modelo da Figura 3.6, referindo-se aos parâmetros  $R_s$  e  $X_s$  para o primário ou referindo-se a  $R_p$  e  $X_p$  para o secundário, conforme ilustrado nas Figuras 3.7a e 3.7b, respectivamente. Referir (ou refletir) o primeiro lado de um transformador ao segundo lado é o processo de substituir um lado do transformador pelo seu equivalente de nível de tensão no outro lado. Este processo facilita a análise de circuitos contendo transformadores.

Figura 3.7 | (a) Modelo de transformador real com parâmetros referidos para o primário (b) Modelo de transformador real com parâmetros referidos para o secundário



Fonte: Chapman (2013, p. 88).

O exemplo a seguir nos ajudará a entender como é feita a análise de um circuito contendo um transformador.



### Exemplificando

Um transformador monofásico de 1 kVA, 220/110 V alimenta uma carga resistiva de 1 kW, 110 V nas condições nominais. Calcule a tensão e a corrente no primário, e a tensão e a corrente no ramo de excitação considerando os seguintes valores para os parâmetros do respectivo

circuito equivalente (BARRETO et al., 2012):

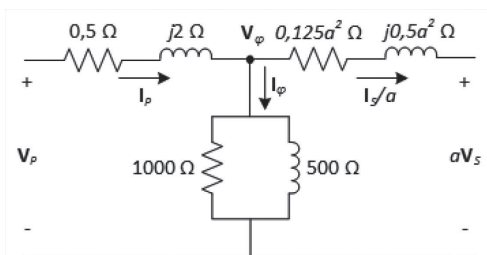
- $R_P = 0,5 \Omega$ ,  $X_P = 2 \Omega$
- $R_S = 0,125 \Omega$ ,  $X_S = 0,5 \Omega$
- $R_C = 1000 \Omega$ ,  $X_M = 500 \Omega$

Como a carga está nas condições nominais, ou seja, está funcionando exatamente sob a potência e a tensão especificadas, podemos facilmente calcular a corrente  $I_S$  no secundário, como segue:

$$I_S = \left( \frac{S_{carga}}{V_S} \right)^* = \frac{1000 \angle 0^\circ}{110 \angle 0^\circ} = 9,091 \angle 0^\circ \text{ A}$$

Procedemos refletindo os parâmetros do secundário ao primário do transformador, conforme a Figura 3.7a, resultando no circuito equivalente ilustrado na Figura 3.8.

Figura 3.8 | Circuito composto de fonte e carga conectados ao modelo de transformador real



Fonte: elaborada pelo autor.

A tensão no ramo de excitação é dada por:  $V_\phi = a \cdot V_{carga} + a^2 \cdot Z_S \cdot \frac{I_S}{a}$

$$V_\phi = 2 \cdot 110 \angle 0^\circ + 4 \cdot (0,125 + j0,5) \cdot \frac{9,091 \angle 0^\circ}{2} = 222,459 \angle 2,342^\circ \text{ V}$$

A corrente no ramo de excitação é dada por:

$$I_\phi = \frac{V_\phi}{Z_\phi} = \frac{222,459 \angle 2,342^\circ}{200 + j400} = 0,497 \angle -61,093^\circ \text{ A}$$

Podemos agora calcular a corrente e a tensão no primário:

$$I_P = I_\phi + \frac{I_S}{a} = 0,497 \angle -61,093^\circ + \frac{9,091 \angle 0^\circ}{2} = 4,806 \angle -5,198^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{V}_P = \mathbf{V}_\phi + \mathbf{Z}_P \cdot \mathbf{I}_P$$

$$\mathbf{V}_P = 222,459 \angle 2,342^\circ + (0,5 + j2) \cdot 4,806 \angle -5,198^\circ = 226,290 \angle 4,676^\circ \text{ V}$$

Note que, devido ao fato de que todas as perdas na operação do transformador terem sido levadas em conta no modelo do transformador, a tensão  $\mathbf{V}_P$  é maior que a tensão nominal de 220 V do transformador.

Com o domínio dos conteúdos apresentados nesta seção, você está preparado para resolver os exercícios referentes a ela e às situações-problema.

### Sem medo de errar

Basicamente, para mostrar qual dos dois níveis de tensão resulta nas menores perdas, devemos calcular as correntes para cada nível de tensão e em seguida calculamos as perdas.

Para a tensão de 138 kV (linha), a corrente de linha é dada por:

$$I = \frac{P_{1f}}{V_f \cdot FP} = \frac{\frac{50 \cdot 10^6}{3}}{\frac{138 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \cdot 0,95} = 0,2202 \text{ kA}$$

E a perda de potência no condutor é de:

$$P = R \cdot I^2 = (100 \cdot 2,064 \cdot 10^{-3}) \cdot (0,220 \cdot 10^3)^2 = 10 \text{ kW}$$

Para a tensão de 230 kV (linha), a corrente de linha será:

$$I = \frac{P_{1f}}{V_f \cdot FP} = \frac{\frac{50 \cdot 10^6}{3}}{\frac{230 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \cdot 0,95} = 0,132 \text{ kA}$$

E a perda de potência no condutor é de:

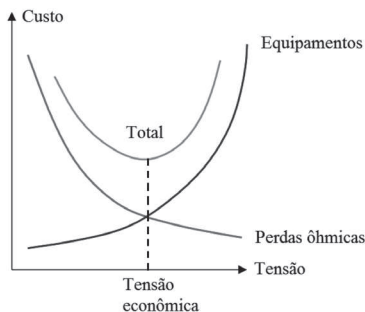
$$P = R \cdot I^2 = (100 \cdot 2,064 \cdot 10^{-3}) \cdot (0,220 \cdot 10^3)^2 = 10 \text{ kW}$$

A transmissão em 230 kV resulta em uma perda de potência quase três vezes menor que a perda obtida com a tensão em 138 kV.

Portanto, certamente seria mais eficiente elevar a tensão de geração até 230 kV para transmitir a potência.

Como já esperado, maiores tensões de transmissão resultam em menores correntes de linha e, como consequência, em menores perdas de potência nos condutores. Desta forma, poderíamos pensar, de modo bem simplista, que basta transmitirmos a potência nos maiores níveis de tensão possíveis para minimizar ao máximo as perdas de potência nos condutores. No entanto, deve-se equilibrar a relação entre o nível de tensão, a potência a transmitir e a extensão da linha para que esta possa ser projetada da maneira mais eficiente possível e ainda assim ser economicamente viável. A relação entre o custo e o nível de tensão de uma linha de transmissão pode ser vista na Figura 3.9.

Figura 3.9 | Relação entre o custo e o nível de tensão de uma linha de transmissão



Fonte: adaptada de Castro Júnior (2017).

## Avançando na prática

### Ensaio de circuito aberto e de curto-circuito em transformadores

#### Descrição da situação-problema

O estado de operação de um sistema de potência pode ser determinado através do cálculo de fluxo de potência (ou carga). Tal cálculo é realizado por meio de métodos computacionais desenvolvidos especificamente para a resolução do sistema de equações e inequações algébricas que representam o modelo matemático da rede. A modelagem matemática de uma rede elétrica é feita com base nos parâmetros de impedâncias e

capacitâncias *shunt* das linhas, impedâncias dos transformadores, impedâncias dos geradores etc. Esses parâmetros são sempre especificados pelos fabricantes dos equipamentos, porém, podem também ser obtidos por meio de cálculos e ensaios.

Nesse contexto, a Global Transformers, uma empresa especialista em transformadores de potência, recebeu de um cliente um transformador de 15 kVA e 230/2.300 V que deve ser testado para que seus componentes do ramo de excitação, suas impedâncias em série e a sua regulação de tensão sejam determinadas. O Quadro 3.1 apresenta os resultados obtidos durante os ensaios com o transformador:

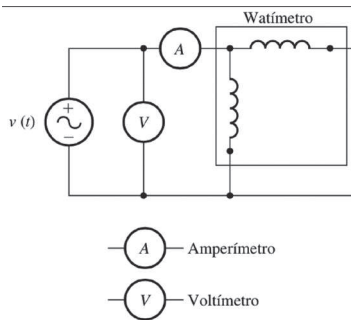
Quadro 3.1 | Dados obtidos com os ensaios realizados

| Ensaio a vazio (VZ)<br>(lado de baixa tensão) | Ensaio de curto-circuito (CC)<br>(lado de alta tensão) |
|-----------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| $V_{VZ} = 230\text{ V}$                       | $V_{CC} = 47\text{ V}$                                 |
| $I_{VZ} = 2,1\text{ A}$                       | $I_{CC} = 6\text{ A}$                                  |
| $P_{VZ} = 50\text{ W}$                        | $P_{CC} = 160\text{ W}$                                |

Fonte: Chapman (2013).

Os dados foram obtidos usando o esquema mostrado na Figura 3.10, conectado a um dos enrolamentos do transformador. Encontre o circuito equivalente do transformador referido ao lado de baixa tensão (primário) e apresente os cálculos comentados.

Figura 3.10 | Esquema para a obtenção dos parâmetros do transformador



Fonte: adaptada de Chapman (2013, p. 90).

## Resolução da situação-problema

No ensaio a vazio, um enrolamento do transformador é deixado em circuito aberto e o outro é conectado à tensão nominal plena de linha. Nesta condição, toda a corrente de entrada deve circular pelo do ramo de excitação do transformador, de modo que toda a tensão de entrada sofre queda no ramo de excitação. Desta forma, os parâmetros do ramo de excitação podem ser obtidos a partir da seguinte equação:

$$Z_{\phi} = \frac{V_{VZ}}{I_{VZ}} \angle \theta_{FP}$$

Com base nos valores da tabela para o ensaio a vazio, o fator de potência (FP) é:  $FP = \frac{P_{VZ}}{V_{VZ} \cdot I_{VZ}} = \frac{50}{230 \cdot 2,1} = 0,1035$

atrasado, pois qualquer transformador é indutivo. Assim,  $Z_{\phi}$ , é:

$$Z_{\phi} = \frac{230}{2,1} \angle \cos^{-1}(0,1035) = 109,524 \angle 84,059^{\circ} \Omega, \text{ ou, na forma}$$

retangular:  $Z_{\phi} = 11,336 + j108,936 \Omega$

Portanto, os valores do ramo de excitação são  $R_{\phi} = 11,336 \Omega$  e  $X_{\phi} = 108,936 \Omega$ .

No ensaio de curto-circuito, os terminais de baixa tensão do transformador são colocados em curto-circuito e os terminais de alta tensão são ligados a uma fonte de tensão variável. A tensão de entrada é ajustada até que a corrente no enrolamento em curto-circuito seja igual ao seu valor nominal. Os parâmetros em série referidos ao lado de alta tensão do transformador podem ser encontrados a partir deste ensaio, da mesma forma que no ensaio a vazio:

$$Z_{SE} = \frac{V_{CC}}{I_{CC}} \angle \theta_{FP}$$

Com base nos valores do quadro para o ensaio de curto-circuito, o fator de potência (FP) é:  $FP = \frac{P_{CC}}{V_{CC} \cdot I_{CC}} = \frac{160}{47 \cdot 6} = 0,567$  atrasado.

$$\text{Assim, } Z_{SE}, \text{ é: } Z_{SE} = \frac{47}{6} \angle \cos^{-1}(0,567) = 7,833 \angle 55,433^{\circ} \Omega,$$

ou, na forma retangular,  $Z_{SE} = 4,444 + j6,450 \Omega$ .

Portanto, os valores dos parâmetros série totais, isto é, a impedância do lado de baixa tensão referida ao lado de alta tensão somada com a impedância do lado de alta tensão, são  $R_{SE} = 4,444 \, \Omega$  e  $X_{SE} = 6,450 \, \Omega$ .

Sabendo que relação de espiras do transformador é  $a = 230 / 2300 = 0,1$ , podemos referir os parâmetros série ao lado de baixa tensão, resultando em  $R_{SE} = a^2 \cdot 4,444 = 0,044 \, \Omega$  e  $X_{SE} = 0,065 \, \Omega$ .

É possível determinar a impedância total em série, referida ao lado de alta tensão, usando os valores obtidos a partir do ensaio de curto-circuito, porém, não há uma maneira fácil de dividir a impedância em série nas suas componentes primária e secundária. Tal separação não é necessária à solução de problemas comuns (CHAPMAN, 2013).

## Faça valer a pena

**1.** Os transformadores são equipamentos amplamente utilizados nos sistemas de potência. Normalmente, as usinas de geração produzem tensão em níveis convenientes e utilizam transformadores elevadores de tensão para aumentar a tensão e transmitir a energia em alta tensão e baixa corrente, resultando em uma economia significativa.

Considere um transformador ideal com os seguintes valores nominais:  $1100 / 220 \, \text{V}$ ,  $7,7 \, \text{kVA}$  e 80 espiras no secundário. Calcule a relação de espiras, o número de espiras no primário e os valores nominais das correntes nos enrolamentos primário e secundário e em seguida, marque a alternativa correta.

a)  $n = 0,2$ ,  $N_1 = 400$ ,  $I_1 = 35 \, \text{A}$  e  $I_2 = 7 \, \text{A}$ .

b)  $n = 5$ ,  $N_1 = 16$ ,  $I_1 = 7 \, \text{A}$  e  $I_2 = 35 \, \text{A}$ .

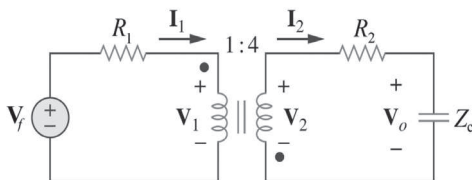
c)  $n = 0,2$ ,  $N_1 = 400$ ,  $I_1 = 7 \, \text{A}$  e  $I_2 = 35 \, \text{A}$ .

d)  $n = 0,2$ ,  $N_1 = 16$ ,  $I_1 = 7 \, \text{A}$  e  $I_2 = 35 \, \text{A}$ .

e)  $n = 5$ ,  $N_1 = 16$ ,  $I_1 = 35 \, \text{A}$  e  $I_2 = 7 \, \text{A}$ .

**2.** Um transformador ideal é um transformador no qual não há perdas resistivas nos enrolamentos, não há dispersão do fluxo magnético gerado pela corrente no enrolamento primário, não há perdas por correntes parasitas e nem por histerese no núcleo.

No circuito com o transformador ideal mostrado na figura a seguir, considere a tensão de entrada  $\mathbf{V}_f = 240\angle 0^\circ \text{ V}$ , as resistências  $R_1 = 5 \Omega$  e  $R_2 = 16 \Omega$ , e a impedância  $Z_c = -j48 \Omega$ . Calcule a potência complexa fornecida pela fonte e a tensão  $\mathbf{V}_o$ . Em seguida, marque a alternativa correta.



Fonte: adaptada de Sadiku, Alexander e Musa (2014, p. 516).

- a)  $s = 3,84\angle -53,13^\circ \text{ kVA}$  e  $\mathbf{V}_o = 192\angle 143,13^\circ \text{ V}$ .
- b)  $s = 11,52\angle 0^\circ \text{ kVA}$  e  $\mathbf{V}_o = 576\angle 90^\circ \text{ V}$ .
- c)  $s = 8,6\angle 26,565^\circ \text{ kVA}$  e  $\mathbf{V}_o = 429,36\angle 116,565^\circ \text{ V}$ .
- d)  $s = 8,6\angle -26,565^\circ \text{ kVA}$  e  $\mathbf{V}_o = 429,36\angle 116,565^\circ \text{ V}$ .
- e)  $s = 8,6\angle -26,565^\circ \text{ kVA}$  e  $\mathbf{V}_o = 429,36\angle 116,565^\circ \text{ V}$ .

**3.** Os transformadores ideais partem do princípio de que não há perdas envolvidas no processo de transformação de potência. Infelizmente, essa situação não representa o caso real e, portanto, qualquer modelo exato de um transformador deve levar em consideração todas as perdas envolvidas na sua operação.

Analisar as afirmações referentes às perdas em um transformador real e em seguida assinalar a alternativa que contém apenas afirmações verdadeiras:

- I- As perdas nos enrolamentos são as perdas devido ao efeito Joule nos enrolamentos primário e secundário do transformador.
- II- O chamado fluxo disperso é o fluxo que contribui para a indução de tensão no enrolamento secundário.
- III- As perdas por histerese correspondem à energia necessária para a orientação dos domínios magnéticos durante o processo de magnetização do núcleo do transformador.

IV- As perdas por correntes parasitas são as perdas devidas ao aquecimento gerado pelas correntes induzidas nos enrolamentos do transformador em razão do fluxo magnético que circula pelo núcleo.

V- A potência fornecida ao primário é a mesma absorvida pelo secundário, menos a potência perdida durante a operação do transformador.

- a) Apenas as afirmações I, II e III estão corretas.
- b) Apenas as afirmações I, II, IV e V estão corretas.
- c) Apenas as afirmações II, III, IV e V estão corretas.
- d) Apenas as afirmações I, III, IV e V estão corretas.
- e) Apenas as afirmações I, III e V estão corretas.

## Seção 3.2

### Máquinas de corrente alternada

#### Diálogo aberto

Basicamente, as máquinas de corrente alternada são utilizadas para converter energia elétrica a partir da energia mecânica (gerador) ou produzir energia mecânica a partir da energia elétrica (motor). Há duas grandes classes de máquinas de corrente alternada (c.a.), as máquinas síncronas e as máquinas de indução (ou máquinas assíncronas). Máquinas síncronas são motores e geradores cuja corrente de campo magnético é suprida por uma fonte de potência em corrente contínua independente, ao passo que as máquinas de indução são motores e geradores cuja corrente de campo magnético é suprida por indução magnética (ação de transformador) em seus enrolamentos de campo (CHAPMAN, 2013).

Nesse contexto, você trabalha para a Global Electric Machines, uma empresa especializada no projeto de máquinas elétricas em geral e, atualmente, é o engenheiro responsável pela determinação dos parâmetros de interesse (isto é, resistência de armadura, reatância síncrona etc.) do circuito equivalente de um gerador síncrono trifásico de rotor cilíndrico. Sabe-se que o gerador é de 150 MW, FP de 0,85 (atrasado), 12,6 kV, ligado em Y, opera na frequência de 60 Hz, velocidade de 1.800 rpm e possui resistência de armadura de 1,535 m $\Omega$  por fase. Sabe-se ainda que numa área linear da curva de magnetização a vazio, uma corrente de campo de 400 A produz uma tensão de armadura de 7,8 kV. O teste da armadura em curto-circuito dá uma linha reta que passa pela origem e por um ponto que corresponde à corrente de armadura nominal e 700 A de corrente de campo (NASAR, 1984).

O projeto exigirá a determinação (a) da impedância síncrona, (b) da tensão interna gerada ( $E_A$ ) e (c) da regulação de tensão, ambas para a condição de carga nominal com o FP já especificado. Além disso, o pessoal da empresa proprietária do motor deseja saber como o gerador se comportaria se o fator de potência da carga passasse a ser (d) de 0,85 adiantado e (e) unitário. Calcule a regulação de tensão para cada FP e apresente a discussão do comportamento do gerador para cada caso.

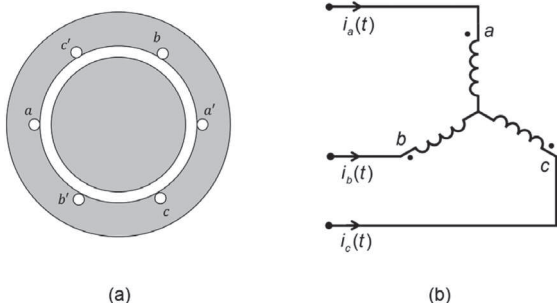
## Não pode faltar

### Produção de campo girante

Para um melhor entendimento do conceito de campo girante, aplicaremos as correntes descritas pela equação (3.4) no estator do motor de indução da Figura 3.11 e veremos o que acontece nos instantes de tempo em que  $\omega t = 0$ ,  $\omega t = 2\pi / 3$  e  $\omega t = 4\pi / 3$  radianos.

$$\begin{aligned}i_a(t) &= I_m \cos(\omega t) \\i_b(t) &= I_m \cos(\omega t - 120^\circ) \\i_c(t) &= I_m \cos(\omega t + 120^\circ)\end{aligned}\quad (3.4)$$

Figura 3.11 | (a) Estrutura do estator de uma máquina de indução trifásica e (b) conexão dos enrolamentos em Y



Fonte: elaborada pelo autor.

Para o instante em que  $\omega t = 0$  rad, as correntes das fases b e c estão no sentido oposto da corrente da fase a, além de possuírem metade do seu módulo. Como resultado, há um campo magnético instantâneo cujo polo norte encontra-se na parte superior e o polo sul na parte inferior do estator.

Para o instante em que  $\omega t = 2\pi / 3$  rad, as correntes nas fases a e b mudaram de sentido e magnitude em relação à situação do instante em que  $\omega t = 0$ . Agora, a corrente está entrando na fase b e saindo das fases a e c. Como resultado, o polo norte do campo magnético deslocou-se de  $120^\circ$  (ou  $2\pi / 3$  rad) em relação à situação do instante em que  $\omega t = 0$ .

Por fim, para o instante em que  $\omega t = 4\pi / 3$  rad, as correntes nas fases b e c mudaram de sentido e magnitude em relação à situação

do instante em que  $\omega t = 2\pi / 3$ . Agora, a corrente está saindo das fases a e b e entrando na fase c. Consequentemente, o polo norte do campo magnético deslocou-se mais  $120^\circ$  em relação à situação do instante em que  $\omega t = 2\pi / 3$  rad, totalizando  $240^\circ$  (ou  $4\pi / 3$  rad) em relação à situação do instante em que  $\omega t = 0$ .

Considerando-se o instante de tempo em que  $\omega t = 2\pi$  rad, chega-se a um ciclo completo da frequência da onda e o ciclo se repete. Os valores das correntes trifásicas para cada instante encontram-se na Quadro 3.2.

Quadro 3.2 | Valores das correntes trifásicas para os instantes analisados

|              | $\omega t$ (rad) |            |            |
|--------------|------------------|------------|------------|
| Corrente (A) | 0 e $2\pi$       | $2\pi / 3$ | $4\pi / 3$ |
| $i_a(t)$     | $I_m$            | $-0,5I_m$  | $-0,5I_m$  |
| $i_b(t)$     | $-0,5I_m$        | $I_m$      | $-0,5I_m$  |
| $i_c(t)$     | $-0,5I_m$        | $-0,5I_m$  | $I_m$      |

Fonte: elaborado pelo autor.

Conclui-se, portanto, que um campo magnético girante (ou rotacional) de magnitude constante que dá uma volta completa a cada ciclo de frequência é produzido pelo efeito da corrente trifásica, percorrendo os enrolamentos do estator da máquina de indução. Este é, na verdade, o princípio fundamental de uma máquina de corrente alternada (CHAPMAN, 2013).



### Assimile

O princípio fundamental de uma máquina de corrente alternada pode ser explicado da seguinte forma: se um conjunto de correntes trifásicas equilibradas fluir em um enrolamento trifásico, este produzirá um campo magnético girante de magnitude constante.

## Motor de indução

O motor de indução (ou motor assíncrono) consiste de um estator e um rotor separados por uma lacuna de ar chamada de entreferro.

O núcleo do estator, feito de laminações, contém condutores que constituem os enrolamentos da armadura alojados em ranhuras (NASAR, 1984).

O princípio de funcionamento de um motor de indução pode ser explicado da seguinte forma (NASAR, 1984; CHAPMAN, 2013): um conjunto de tensões trifásico é aplicado aos enrolamentos do estator, resultando em um conjunto trifásico de correntes fluindo por ele. Estas correntes produzem um campo magnético que gira em sentido anti-horário no entreferro. A velocidade de rotação do campo

magnético (velocidade síncrona) é dada por:  $n_{sinc} = \frac{120 \cdot f_e}{p}$  (3.1), em

que  $f_e$  é a frequência da tensão trifásica aplicada (em Hz) e  $p$  é o número de polos da máquina. O campo girante induz uma corrente nos enrolamentos do rotor (ação de transformador) resultando em um torque (ou conjugado) sobre o mesmo, fazendo-o girar no sentido do campo girante.

Tipicamente, dois termos são utilizados para definir o movimento relativo do rotor e dos campos magnéticos, são eles: a velocidade de escorregamento ( $n_{esc}$ ) e o escorregamento ( $s$ ). A velocidade de escorregamento do motor é a diferença entre a velocidade síncrona e a velocidade do rotor, dada por  $n_{esc} = n_{sinc} - n_m$ , em que  $n_{sinc}$  é a velocidade dos campos magnéticos e  $n_m$  é a velocidade mecânica do eixo do motor. O escorregamento é definido como a velocidade

relativa expressa em uma base em porcentagem,  $s = \frac{n_{esc}}{n_{sinc}} \cdot 100\%$ , a

qual pode ser também expressa em termos da velocidade angular  $\omega$

(em rad/s);  $s = \frac{\omega_{esc}}{\omega_{sinc}} \cdot 100\%$  ou  $s = \frac{\omega_{sinc} - \omega_m}{\omega_{sinc}} \cdot 100\%$ .

Da mesma forma que o transformador, o estator (primário) de um motor de indução induz tensão no rotor (secundário), porém, a frequência neste último não é necessariamente a mesma (CHAPMAN, 2013). Por exemplo, quando  $n_m = 0$  rotações por minuto (rpm), a frequência do rotor  $f_r = f_e$ , e o escorregamento  $s = 1$ . Quando  $n_m = n_{sinc}$ , a frequência do rotor  $f_r = 0$ . Para qualquer velocidade entre 0 e  $n_{sinc}$ , a frequência do rotor é diretamente proporcional à diferença entre a velocidade do campo magnético girante  $n_{sinc}$  e a

velocidade do rotor  $n_m$ , ou seja,  $f_r = s \cdot f_e$  ou  $f_r = \frac{n_{sinc} - n_m}{n_{sinc}} \cdot f_e$  (3.5).

Substituindo-se a equação (3.4) em (3.5), tem-se:  $f_r = \frac{p}{120} (n_{sinc} - n_m)$ .



### Exemplificando

Um motor de indução de 320 V, 20 HP, 2 polos, 60 Hz e ligado em Y, tem um escorregamento de 8%. Calcule: a) a velocidade síncrona; b) a frequência no rotor e; c) a velocidade do rotor com carga nominal.

a) A velocidade síncrona é dada por:

$$n_{sinc} = \frac{120 \cdot f_e}{p} = \frac{120 \cdot 60}{2} = 3600 \text{ rpm}$$

b) A frequência no rotor é:

$$f_r = s \cdot f_e = 0,08 \cdot 60 = 4,8 \text{ Hz}$$

c) Por fim, a velocidade no rotor com carga nominal é:

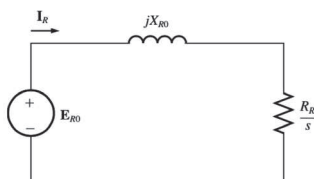
$$n_m = (1 - s) n_{sinc} = (1 - 0,08) \cdot 3600 = 3312 \text{ rpm}$$

Considerando que as correntes do rotor têm a frequência de escorregamento, temos o circuito equivalente do rotor por fase ilustrado na Figura 3.12. A corrente do rotor  $I_R$  é dada por:

$$I_R = \frac{sE_R}{R_R + jsX_R} \text{ ou ainda } I_R = \frac{E_{R0}}{R_R / s + jX_{R0}}, \text{ em que } E_{R0} \text{ é a}$$

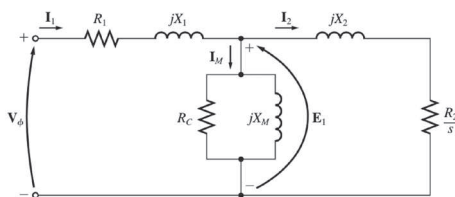
tensão induzida no rotor bloqueado,  $X_{R0}$  é a reatância de dispersão por fase, também com o rotor bloqueado, e  $R_R$  é a resistência do rotor por fase.

Figura 3.12 | Modelo de circuito do rotor de um motor de indução



No sentido de incluir o circuito do estator, o motor de indução pode ser visto como um transformador contendo um entreferro e uma resistência que varia de acordo com o escorregamento ( $R_R / s$ ) no secundário. Da mesma forma que em um transformador, há um fluxo mútuo que enlaça o estator e o rotor, representado pela reatância de magnetização  $X_M$ , e fluxos de dispersão no estator e no rotor, representados, respectivamente, pelas reatâncias  $X_1$  e  $X_R$ . Há também uma resistência nos enrolamentos do estator, representada no circuito equivalente do motor por  $R_1$ . Para simplificar o circuito, precisamos expressar as quantidades do rotor como referidas ao estator. A resistência referida ao estator é  $R_2 = a^2 R_R$ , ao passo que a reatância é  $X_2 = a^2 X_R$ , em que  $a$  é a relação de espiras efetiva de um motor de indução. Logo, circuito equivalente final por fase do motor de indução será como o apresentado na Figura 3.13. Ressalta-se que as tensões  $V_\phi$  e  $E_1$  são, respectivamente, a tensão monofásica aplicada e a tensão interna primária do estator.

Figura 3.13 | Modelo de circuito equivalente para um motor de indução



Fonte: Chapman (2013, p. 321).



## Pesquise mais

Os parâmetros do circuito equivalente de um motor de indução podem ser obtidos por meio de ensaios (ou testes). Estes são o ensaio a vazio e o ensaio com o rotor bloqueado. Pesquise como estes ensaios são realizados e quais parâmetros podem ser obtidos a partir de cada um. Uma boa abordagem deste assunto pode ser encontrada no Capítulo 5 do livro a seguir:

NASAR, S. A. **Máquinas elétricas**. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1984.

A maior utilidade do circuito equivalente de um motor de indução é a sua aplicação no cálculo de desempenho da máquina (NASAR,

1984). Admite-se a operação equilibrada da máquina e, portanto, toda a análise é monofásica.



### Pesquise mais

A potência de entrada em um motor de indução é na forma de tensões e correntes trifásicas. Entretanto, nem toda a potência elétrica que entra num motor é convertida em potência mecânica na saída da máquina. Há diversas perdas durante o processo de conversão, as quais podem ser visualizadas no diagrama de fluxo de potência de um motor de indução no Capítulo 6 do livro:

CHAPMAN, S. J. **Fundamentos de máquinas elétricas**. Porto Alegre: AMGH, 2013.

O próximo exemplo nos ajudará a compreender melhor os conceitos apresentados sobre o motor de indução.



### Exemplificando

Um motor de indução trifásico de 460 V, 60 Hz, 25 HP, 4 polos, ligado em Y possui as seguintes impedâncias em  $\Omega$  por fase referidas ao circuito do estator:  $R_1 = 0,641 \Omega$ ,  $R_2 = 0,332 \Omega$ ,  $X_1 = 1,106 \Omega$ ,  $X_2 = 0,464 \Omega$  e  $X_M = 26,300 \Omega$ . Para um escorregamento do rotor de 2,2% com tensão e frequência nominais, determine a corrente de estator (CHAPMAN, 2013).

Para encontrar a corrente de estator, devemos obter a impedância equivalente do circuito da Figura 3.13. Para tanto, devemos combinar em paralelo a impedância referida do rotor com o ramo de magnetização e, em seguida, adicionar em série a impedância do estator a essa combinação. A impedância referida do rotor é:

$$Z_2 = 15,098 \angle 1,761^\circ \Omega$$

E a impedância combinada em paralelo com o ramo de magnetização é:

$$Z_f = \frac{1}{1/X_M + 1/Z_2} = \frac{1}{-j0,038 + 0,0662 \angle -1,76^\circ}$$

$$Z_f = 12,930 \angle 31,175^\circ \Omega$$

A impedância total é:

$$Z_{tot} = Z_{estator} + Z_f = 0,641 + j1,106 + 12,930 \angle 31,175^\circ$$

$$Z_{tot} = 14,064 \angle 33,679^\circ \Omega$$

Logo, a corrente de estator é:

$$I_1 = \frac{V_\phi}{Z_{tot}} = \frac{460 / \sqrt{3}}{14,064 \angle 33,679^\circ} = 18,884 \angle -33,679^\circ \text{ A}$$

### Motor de indução: partida a plena tensão e partida com tensão reduzida

Muitas vezes, a partida dos motores de indução pode ser feita ligando-os diretamente à linha de potência (partida a plena tensão). Menor custo, simplicidade de implementação e alto torque de partida são algumas vantagens da partida a plena tensão. No entanto, algumas vezes a corrente de partida (ou corrente de *in-rush*) do motor pode alcançar valores maiores que o nominal, acarretando quedas (ou afundamentos) temporárias de tensão no sistema elétrico, afetando outros equipamentos a ele ligados, de modo que seja inaceitável a partida a plena tensão.

Na prática, motores de indução com potência inferior a 7,5 HP podem ser partidos a plena tensão. A partida de motores mais potentes, no entanto, requer a limitação da corrente de partida. Isto pode ser feito pelos seguintes métodos (FERNANDES, 2012):

- **Inserção de resistências na linha:** neste método, um reostato (resistência variável) trifásico é colocado em série com as fases de alimentação. A queda de tensão causada pelo reostato diminui o valor da tensão nos terminais do motor, bem como a corrente absorvida por este. Este é um método econômico que permite a variação gradativa da tensão aplicada no motor.
- **Chave Y/Δ:** trata-se de uma chave cuja função é alterar a ligação das bobinas internas do motor, inicialmente em Δ para Y. O motor realiza uma partida mais suave, uma vez que, ligado em Y, a tensão em cada bobina é  $\sqrt{3}$  vezes menor que a tensão em Δ. Após o tempo de partida, as bobinas internas do motor são fechadas novamente em Δ.

- **Chave (ou partida) compensadora:** neste método, a tensão é reduzida por meio de um autotransformador trifásico que possui várias relações de transformação. Durante a partida, o primário do autotransformador conectado em Y é alimentado com a tensão nominal e seu secundário fornece alimentação para o circuito do estator do motor. Após o tempo de partida, o autotransformador é, então, desligado do circuito e o motor trifásico é conectado diretamente à rede de alimentação.
- **Acionamento por *soft-starter*:** o *soft-starter* é um dispositivo eletrônico composto por tiristores empregado na partida de motores de indução quando não é necessário o controle de velocidade. Este dispositivo controla a tensão sobre o motor, variando o ângulo de disparo dos tiristores e, consequentemente, variando a tensão eficaz aplicada ao motor. Desta forma, pode-se controlar a corrente de partida do motor, proporcionando uma partida suave, de modo a não provocar quedas de tensão elétrica bruscas na rede de alimentação.
- **Acionamento por inversor de frequência:** o inversor de frequência é um dispositivo que converte tensão c.a. em tensão c.c. e finalmente converte esta última em uma tensão c.a. de amplitude e período variáveis. Além do controle de velocidade de rotação do motor de indução, o inversor de frequência pode proporcionar tanto a partida como a parada progressiva, similar ao dispositivo *soft-starter*.

Todos os métodos supracitados baseiam-se na aplicação de tensão reduzida aos terminais do motor durante a partida. A partida com tensão reduzida diminui proporcionalmente a corrente de linha (lembre-se de que  $I = V / R$ ). Porém, como o torque é proporcional ao quadrado da tensão aplicada (ou da corrente), a redução da corrente de partida causa uma forte redução do torque inicial. Portanto, a tensão aplicada no motor precisa ser tal que mantenha uma boa relação entre a corrente de partida e o torque inicial.



**Refleta**

A inserção de resistências no circuito do rotor é também um método utilizado para limitar a corrente de partida de um motor de indução.

Tal método, entretanto, não se baseia na aplicação de tensão reduzida aos terminais do motor durante a sua partida. Sendo assim, por que a inserção de resistências no circuito do rotor resulta na sua redução da corrente de partida?

## Gerador síncrono

O princípio de funcionamento de um gerador síncrono (ou alternador) é baseado na lei de indução eletromagnética de Faraday, na qual a geração de força eletromotriz (FEM) é devida ao movimento relativo entre os condutores e o fluxo magnético. Basicamente, as duas partes de um gerador síncrono são os enrolamentos de campo de excitação, que são os enrolamentos conectados a uma fonte externa c.c. por meio de anéis deslizantes e escovas, e os enrolamentos de armadura (ou, simplesmente, armadura). A armadura comumente tem um enrolamento trifásico em que a FEM c.a. é gerada. Normalmente, as máquinas síncronas têm armaduras estacionárias e campos de excitação girantes.

A seguir, apresenta-se o circuito equivalente por fase do gerador síncrono, com qual é possível analisar precisamente as características de desempenho da máquina em regime permanente. Por questões de simplicidade, os conceitos serão apresentados com base em uma máquina de polos cilíndricos.

Considere  $\mathbf{E}_A$  como sendo a tensão interna gerada em uma das fases de um gerador síncrono e  $\mathbf{V}_\phi$  como sendo a tensão de saída de uma das fases do gerador. Exceto no momento em que não há corrente de armadura circulando na máquina,  $\mathbf{E}_A$  não é igual à tensão de saída ( $\mathbf{V}_\phi$ ). Isto se deve aos seguintes fatores (CHAPMAN, 2013):

- A distorção do campo magnético do entreferro pela corrente que flui no estator, denominada reação de armadura.
- A autoindutância das bobinas da armadura.
- A resistência das bobinas da armadura.

De fato, há duas tensões presentes nos enrolamentos do estator: a tensão interna gerada  $\mathbf{E}_A$  e a tensão de reação de armadura  $\mathbf{E}_{est}$ , as quais são produzidas pelos campos magnéticos do rotor ( $\mathbf{B}_R$ ) e do

estator ( $\mathbf{B}_s$ ), respectivamente. Portanto, a tensão nos terminais do gerador é dada por:

$$\mathbf{V}_\phi = \mathbf{E}_A + \mathbf{E}_{est}$$

A qual pode ainda ser escrita como:

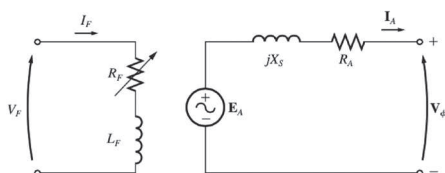
$$\mathbf{V}_\phi = \mathbf{E}_A - j\mathbf{X}_s\mathbf{I}_A - \mathbf{R}_A\mathbf{I}_A \quad (3.2)$$

Em que  $\mathbf{X}_s$  é a reatância síncrona da máquina,  $\mathbf{I}_A$  é a corrente no estator e  $\mathbf{R}_A$  é a resistência dos enrolamentos do estator.

Com base na equação (3.5), é possível obter o circuito equivalente completo do gerador síncrono, conforme ilustrado na Figura 3.14, para uma das fases. Observe que na figura há dois circuitos eletricamente isolados (isto é, não há conexão física entre eles). O lado esquerdo representa o circuito de campo do rotor alimentado por uma fonte c.c. de tensão externa  $V_F$ , que é modelado por uma indutância  $L_F$  e por uma resistência ajustável  $R_F$  que controla o fluxo de corrente de campo  $I_F$ . O lado direito representa o circuito do estator (armadura).

Em máquinas síncronas reais, o valor da reatância síncrona ( $\mathbf{X}_s$ ) é muito maior que o da resistência dos enrolamentos estator ( $\mathbf{R}_A$ ), de modo que muitas vezes esta resistência é desprezada em estudos qualitativos de variações de tensão. Para resultados precisos, no entanto,  $\mathbf{R}_A$  deve ser considerada (CHAPMAN, 2013).

Figura 3.14 | Circuito equivalente de um gerador síncrono



Fonte: Chapman (2013, p. 204).

## Pesquise mais

Como já sabemos, um gerador síncrono converte energia mecânica em energia elétrica. A fonte de potência mecânica (a máquina motriz) pode ser um motor a diesel, uma turbina hidráulica etc. Entretanto, nem toda a potência mecânica que entra em um gerador síncrono é convertida em potência elétrica na sua saída. Há diversas perdas durante o processo de conversão, as quais podem ser entendidas no diagrama de fluxo de potência de um gerador síncrono, no Capítulo 4 do livro:

CHAPMAN, S. J. **Fundamentos de máquinas elétricas**. Porto Alegre: AMGH, 2013.

Vejamos agora um exemplo que envolve todos os conceitos apresentados sobre o gerador síncrono.



### Exemplificando

Qual é a principal diferença entre uma máquina síncrona e uma máquina de indução (assíncrona) trifásicas?

As máquinas de indução possuem, tanto no estator quanto no rotor, enrolamentos trifásicos excitados com correntes trifásicas, obtidas por indução (ação de transformador). Esta indução é causada pelo movimento relativo entre campo magnético girante do estator e o rotor. O fato das velocidades síncrona e do rotor serem diferentes (a velocidade síncrona é sempre maior que a velocidade do rotor) dá às máquinas de indução o nome de máquinas assíncronas.

Nas máquinas síncronas, os polos do estator também são excitados com correntes trifásicas, porém, o rotor é alimentado por uma fonte c.c. independente. O nome síncrono se deve ao fato de esta máquina operar com uma velocidade de rotação constante em sincronia com a frequência da tensão elétrica alternada aplicada aos terminais do estator, ou seja, devido ao movimento igual de rotação, entre o campo magnético girante e o rotor.

Com o domínio dos conteúdos apresentados nesta seção, você está preparado para resolver os exercícios referentes a ela e às situações-problema.

### Sem medo de errar

Devemos obter os parâmetros de interesse para o gerador síncrono trifásico a partir das especificações dos dados para a curva de magnetização a vazio (apresentados no quadro) e do teste da armadura em curto-circuito.

É dito no enunciado que o teste da armadura em curto-circuito resultou em uma linha reta que passa pela origem e por um que

corresponde à corrente da armadura nominal ( $I_A$ ) e 700 A de corrente de campo ( $I_f$ ). Logo, o primeiro passo é determinar  $I_A$ :

$$I_A = \frac{P_{3f} / 3}{(V_L / \sqrt{3}) \cdot FP} = \frac{(150 \cdot 10^6) / 3}{[(12,6 \cdot 10^3) / \sqrt{3}] (0,85)} = 8086 \text{ A}$$

Desta forma, a equação da reta obtida no teste da armadura em curto-circuito é  $I_A(I_f) = \frac{8086}{700} I_f$ .

a) A impedância síncrona é dada por  $Z_s = \frac{E_A}{I_A}$  e nos é especificado

que uma corrente de campo de 400 A produz uma tensão de armadura de 7,8 kV (linha). Logo:

$$Z_s = \frac{7,8 \cdot 10^3 / \sqrt{3}}{I_A(400)} = \frac{4,503 \cdot 10^3}{4,620 \cdot 10^3} = 0,979 \Omega \cong X_s$$

b) A tensão de armadura (ou tensão interna do estator) é dada por  $E_A = V_\phi + R_A I_A + jX_s I_A$ . Assim:

$$E_A = \frac{12,6 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ + 8086 \cdot (1,535 \cdot 10^{-3} \angle -31,8^\circ) + 8086 \cdot (0,979 \angle 58,2^\circ)$$

$$E_A = 13,281 \angle 30,4^\circ \text{ kV}$$

c) A regulação de tensão pode, então, ser obtida por:

$$RT = \left( \frac{E_A - V_\phi}{V_\phi} \right) \cdot 100\% = \left( \frac{13,281 \cdot 10^3 - (12,6 \cdot 10^3 / \sqrt{3})}{12,6 \cdot 10^3 / \sqrt{3}} \right) \cdot 100\% = 82,6\%$$

d) Para o caso em que o  $FP = 0,85$  adiantado, ou seja,  $\theta_{FP} = +31,8^\circ$ , tem-se:

$$E_A = \frac{12,6 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ + 8086 \cdot (1,535 \cdot 10^{-3} \angle 31,8^\circ) + 8086 \cdot (0,979 \angle 121,8^\circ)$$

$$E_A = 7,419 \angle 65,19^\circ \text{ kV}$$

E a regulação de tensão:

$$\left( \frac{7,419 \cdot 10^3 - (12,6 \cdot 10^3 / \sqrt{3})}{12,6 \cdot 10^3 / \sqrt{3}} \right) \cdot 100\% = 2,0\%$$

e) Para o caso em que o  $FP = 1$ , tem-se:

$$E_A = \frac{12,6 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ + 8086 \cdot (1,535 \cdot 10^{-3}) + 8086 \cdot (0,979 \angle 90^\circ)$$

$$E_A = 10,759 \angle 47,37^\circ \text{ kV}$$

E a regulação de tensão:

$$\left( \frac{10,759 \cdot 10^3 - (12,6 \cdot 10^3 / \sqrt{3})}{12,6 \cdot 10^3 / \sqrt{3}} \right) \cdot 100\% = 47,9\%$$

Note que é necessária uma maior tensão de armadura ( $\mathbf{E}_A$ ) para cargas indutivas, do que para cargas capacitivas ou puramente resistivas. Assim, uma maior corrente de campo ( $I_F$ ) é necessária para cargas indutivas do que para cargas capacitivas ou puramente resistivas para que se tenha a mesma tensão terminal.

O comportamento dos geradores síncronos sob diferentes tipos de carga pode ser resumido como segue (CHAPMAN, 2013):

1. Se cargas indutivas (FP atrasado) forem acrescentadas a um gerador, a tensão de terminal  $\mathbf{V}_T$  diminuirá de forma significativa, de modo que a tensão de armadura  $\mathbf{E}_A$  e, conseqüentemente, a corrente de campo  $I_F$  precisariam aumentar para mantê-la.

2. Se cargas puramente resistivas (FP unitário) forem acrescentadas a um gerador, haverá um pequeno aumento na tensão de terminal  $\mathbf{V}_T$ , de modo que a tensão de armadura  $\mathbf{E}_A$  e, conseqüentemente, a corrente de campo  $I_F$  reduziram levemente para mantê-la.

3. Se cargas capacitivas (FP adiantado) forem acrescentadas a um gerador, a tensão de terminal  $\mathbf{V}_T$  aumentará, de modo que a tensão de armadura  $\mathbf{E}_A$  e, conseqüentemente, a corrente de campo  $I_F$  reduziram para mantê-la.

## Avançando na prática

### Eficiência de uma máquina c.a.

#### Descrição da situação-problema

Uma indústria automotiva possui um gerador síncrono de quatro polos ligado em  $\Delta$  de 480 V, 60 Hz, cujas reatância síncrona e resistência de armadura são, respectivamente, de 0,1  $\Omega$  e de 0,015  $\Omega$ . Sabe-se ainda que em plena carga, a máquina fornece uma corrente de 1.200 A com fator de potência (FP) 0,8 atrasado, as perdas por atrito e ventilação são 40 kW, as perdas no núcleo são 30 kW e as perdas suplementares são desprezíveis (CHAPMAN, 2013). Para saber se o gerador trabalha de forma eficiente, a

indústria contratou os serviços da Global Machines Ltd. para que sejam determinados os seguintes parâmetros:

a) A velocidade de rotação do gerador.

b) A corrente de armadura necessária para manter a tensão de terminal em 480 V e a tensão interna gerada.

c) A potência fornecida pelo gerador, a potência fornecida ao gerador pela máquina motriz e a eficiência total dessa máquina.

Você é o engenheiro responsável pelo serviço. Considere que a máquina é eficiente se ela apresentar uma eficiência superior a 85%. Apresente os resultados na forma de relatório.

### Resolução da situação-problema

a) A relação entre a velocidade mecânica de rotação no eixo de um gerador síncrono e a frequência elétrica por ele produzida é

dada por:  $n_m = \frac{120 \cdot f_e}{p}$ . Logo:

$$n_m = \frac{120 \cdot 60}{4} = 1800 \text{ rpm}$$

b) As três fases do gerador podem ser conectadas em Y ou  $\Delta$ . Se estas são conectadas em Y, então, a tensão terminal do gerador relaciona-se com a tensão em uma das fases por  $V_T = \sqrt{3} \cdot V_\phi$ , enquanto que as correntes de fase e de linha relacionam-se por  $I_L = I_\phi$ . Se as fases forem conectadas em  $\Delta$ ,  $V_T = V_\phi$  e  $I_L = \sqrt{3} \cdot I_\phi$ .

Na máquina do exemplo em questão,  $V_T = V_\phi$ , e  $I_L = \sqrt{3} \cdot I_\phi$ . Desta forma, a corrente de armadura na máquina é:

$$I_A = \frac{1200}{\sqrt{3}} \angle -\cos^{-1}(0,8) = 692,820 \angle -36,870^\circ \text{ A}$$

A tensão interna é dada por  $\mathbf{E}_A = \mathbf{V}_\phi + R_A \mathbf{I}_A + jX_S \mathbf{I}_A$ , assim:

$$\mathbf{E}_A = 480 \angle 0^\circ + 0,015 \cdot 692,820 \angle -36,870^\circ + (j0,1) \cdot 692,820 \angle -36,870^\circ$$

$$\mathbf{E}_A = 532,180 \angle 5,305^\circ \text{ V}$$

O que significa que para que a tensão terminal seja 480 V,  $\mathbf{E}_A$  deve ser ajustada de modo que seja igual a 532 V.

c) A potência fornecida pelo gerador é dada por  $P_{saída} = \sqrt{3} \cdot V_T I_L \cos \theta$ . Logo,

$$P_{saída} = \sqrt{3} \cdot 480 \cdot 1200 \cdot 0,8 = 798 \text{ kW}$$

A entrada de potência do gerador é dada por:

$$P_{\text{entrada}} = P_{\text{saída}} + P_{\text{perdas eletr.}} + P_{\text{perdas núcleo}} + P_{\text{perdas mec.}} + P_{\text{perdas suplem.}}$$

As perdas elétricas no gerador são:

$$P_{\text{perdas eletr.}} = 3 \cdot I_A^2 R_A = 3 \cdot (692,820)^2 \cdot (0,015) = 21,600 \text{ kW}$$

Então, a potência de entrada é:

$$P_{\text{entrada}} = 798 \cdot 10^3 + 21,6 \cdot 10^3 + 30 \cdot 10^3 + 40 \cdot 10^3 = 889,600 \text{ kW}$$

Por fim, a eficiência total da máquina é dada por:

$$\eta = \frac{P_{\text{saída}}}{P_{\text{entrada}}} \cdot 100\% = \frac{798 \cdot 10^3}{889,6 \cdot 10^3} \cdot 100\% = 89,750\%$$

O que indica que a máquina é eficiente.

## Faça valer a pena

**1.** O motor de indução é considerado o mais comum de todos os motores. Esta máquina elétrica é composta por um rotor e um estator, estando o rotor montado em mancais e separado do estator pelo entreferro. O funcionamento do motor de indução é devido à interação entre as correntes induzidas no rotor e o campo magnético no entreferro.

Um motor de indução de 60 Hz tem 4 polos e gira a 1710 rpm. Calcule a velocidade síncrona e o escorregamento percentual, e em seguida assinale a alternativa correta.

a)  $n_{\text{sínc}} = 1.800 \text{ rpm}$  e  $s = 2,5\%$ .

b)  $n_{\text{sínc}} = 3.600 \text{ rpm}$  e  $s = 5\%$ .

c)  $n_{\text{sínc}} = 1.800 \text{ rpm}$  e  $s = 5\%$ .

d)  $n_{\text{sínc}} = 1.710 \text{ rpm}$  e  $s = 2,5\%$ .

e)  $E_1$  e  $s = 5\%$ .

**2.** Os motores elétricos de indução trabalham induzindo tensão e corrente elétrica no rotor da máquina, por esse motivo, estes equipamentos são comumente denominados transformadores rotativos. De forma similar aos transformadores, o primário (estator) induz a uma tensão no secundário (rotor).

Um motor de indução de 320 V, 20 HP, 2 polos, 60 Hz e ligado em Y, tem um escorregamento de 8%. Calcule: a velocidade síncrona; frequência no rotor; e a velocidade do rotor com carga nominal. Em seguida, marque a alternativa correta.

- a)  $n_{sinc} = 3.312 \text{ rpm}$ ,  $f_{re} = 4,8 \text{ Hz}$  e  $n_m = 3.600 \text{ rpm}$
- b)  $n_{sinc} = 1.800 \text{ rpm}$ ,  $f_{re} = 4,8 \text{ Hz}$  e  $n_m = 1.656 \text{ rpm}$
- c)  $n_{sinc} = 3.600 \text{ rpm}$ ,  $f_{re} = 30,16 \text{ Hz}$  e  $n_m = 3.312 \text{ rpm}$
- d)  $n_{sinc} = 3.312 \text{ rpm}$ ,  $f_{re} = 30,16 \text{ Hz}$  e  $n_m = 3.600 \text{ rpm}$
- e)  $n_{sinc} = 3.600 \text{ rpm}$ ,  $f_{re} = 4,8 \text{ Hz}$  e  $n_m = 3.312 \text{ rpm}$

**3.** Os geradores de corrente alternada, também conhecidos como alternadores, são utilizados para converter energia mecânica em energia elétrica c.a. Pode-se citar, por exemplo, a geração hidrelétrica, na qual a energia potencial da água é transformada em energia cinética e, em seguida, em energia elétrica através da rotação das pás das turbinas que compõem o sistema da usina hidrelétrica.

Um gerador síncrono trifásico, ligado em Y, de rotor cilíndrico, 10 kVA, 230 V, tem uma reatância síncrona de  $1,2 \Omega$  por fase e uma resistência de armadura de  $0,5 \Omega$  por fase. Calcule a regulação de tensão a plena carga com um fator de potência de 0,8 atrasado.

- a) 21,8%.
- b) 53,1%.
- c) 47,9%.
- d) 31,0%.
- e) 15,7%.

## Seção 3.3

### Máquinas de corrente contínua

#### Diálogo aberto

As máquinas elétricas de corrente contínua podem ser geradores que convertem energia mecânica em energia elétrica c.c. ou motores que convertem energia elétrica c.c. em energia mecânica. A maioria das máquinas c.c. são similares às máquinas de corrente alternada (c.a.), vistas na Seção 3.2, uma vez que elas possuem tensões e correntes c.a. dentro delas. As máquinas c.c. só possuem este tipo de tensão de saída em seus terminais devido a um mecanismo que converte as tensões c.a. em c.c.: o comutador. Por conta disso, as máquinas c.c. são também conhecidas como máquinas de comutação (CHAPMAN, 2013).

Nesse contexto, você trabalha para a empresa Global Machines Ltd. e atualmente é o engenheiro responsável pela construção de um gerador c.c. com excitação separada, encomendado por uma indústria automotiva. A indústria deseja que o gerador possua o maior rendimento possível. Você deverá determinar, algebricamente, para qual valor da corrente de armadura ( $I_A$ ) o rendimento do gerador é o máximo, sabendo que possui uma perda constante  $P_C$  (Watt) e opera a uma tensão  $V$  e uma corrente de armadura  $I_A$ . Dica: para o rendimento ( $\eta$ ) ser máximo,  $d\eta / dI_A = 0$ . Apresente na forma de relatório os cálculos realizados para a solução do problema.

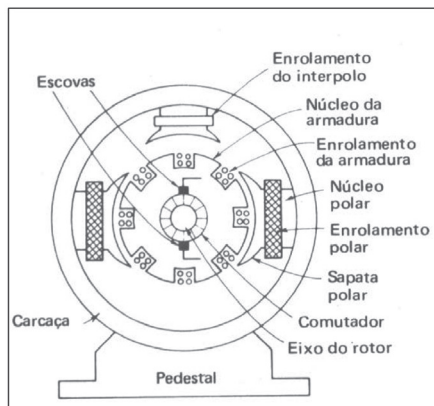
#### Não pode faltar

##### Gerador CC elementar: eletroímã

Geradores c.c. são máquinas elétricas que convertem energia mecânica em energia elétrica c.c. De maneira geral, os polos de uma máquina c.c. podem ser feitos de eletroímãs ou de ímãs permanentes. Um eletroímã pode ser definido como um dispositivo composto de um fio elétrico espiralado ao redor de um núcleo de material ferromagnético cuja função é utilizar corrente elétrica para gerar um campo magnético. Nesta primeira parte do nosso estudo, direcionaremos a nossa atenção para as máquinas c.c. de eletroímã.

Um gerador c.c. pode ser usado como um motor c.c. sem mudanças na sua construção e vice-versa. Portanto, um gerador c.c. ou um motor c.c. pode ser amplamente denominado como uma máquina c.c. Assim, vamos chamar esse ponto como construção de uma máquina c.c. em vez de apenas "construção de um gerador c.c.". A Figura 3.15 ilustra os aspectos construtivos de uma máquina c.c. elementar (cujos polos são feitos de eletroímãs).

Figura 3.15 | Aspectos construtivos de uma máquina c.c.



Fonte: Dutra (s.d.).

Da mesma forma que a máquina c.a., a máquina c.c. é formada por estator (parte fixa) e rotor (parte rotativa). Das partes construtivas básicas da máquina c.c. mostradas na figura, destacam-se (DUTRA, 2017):

**1. Enrolamento de campo (ou polar):** é formado por bobinas constituídas por espiras de fio de cobre em torno do núcleo dos polos. Sua finalidade é magnetizar o circuito da máquina e permitir a conversão eletromecânica de energia no rotor.

**2. Polos e sapatas:** os polos são compostos pelo núcleo de material ferromagnético e pela sapata polar. Os polos têm por função suportar as bobinas do enrolamento de campo e criar um elevado campo magnético. A sapata polar é curvada e é mais larga que o núcleo polar para espalhar o fluxo de maneira mais uniforme pelo entreferro.

**3. Núcleo da armadura:** está conectado ao eixo e é construído de camadas laminadas de material ferromagnético, provendo

um caminho de baixa relutância magnética entre os polos. O núcleo contém ranhuras axiais na sua periferia para colocação do enrolamento da armadura.

**4. Enrolamento da armadura:** é constituído por condutores de cobre, isolados, colocados nas ranhuras do núcleo e ligados às lâminas do comutador.

**5. Comutador:** é montado no eixo da máquina e consiste de segmentos de cobre individuais isolados entre si e do eixo, eletricamente conectados às bobinas do enrolamento da armadura. Devido à rotação do eixo, providencia o necessário chaveamento para o processo de comutação (a ser explicado mais adiante).

**6. Escovas:** são parte do circuito da armadura. É por meio delas que a corrente do enrolamento da armadura circula para o circuito externo. As escovas usualmente são de carvão e grafite, e fixadas no estator por um suporte em anel no qual são mantidas por meio de molas, mantendo um contato firme com os segmentos do comutador.



#### Pesquise mais

As demais partes da máquina c.c. (carcaça, enrolamento do interpolo, eixo do rotor etc.) podem ser estudadas em:

DUTRA, A. **Motores CC**. Disponível em: <<http://www.ebah.com.br/content/ABAAAA49cAF/motores-cc>>. Acesso em: 15 jul. 2017.

O princípio de funcionamento do gerador c.c. da Figura 3.15 é explicado como segue. Todos os geradores são acionados por uma fonte de potência mecânica, chamada de máquina motriz do gerador, a qual pode ser uma turbina a vapor, um motor a diesel ou até mesmo um motor elétrico (CHAPMAN, 2013). A máquina motriz gira o eixo do gerador a uma velocidade angular constante  $\omega$ , ao passo que os enrolamentos de campo (circuito de excitação da máquina) são alimentados por uma fonte c.c. A interação entre o movimento dos condutores do enrolamento da armadura (presos ao eixo do gerador) em relação ao fluxo eletromagnético gerado pela corrente que flui pelos enrolamentos de campo, induz tensão c.a. nos terminais dos enrolamentos da armadura (lei da indução eletromagnética de

Faraday). O que é feito para que o gerador produza uma tensão c.c. ao invés de c.a?

Para que o gerador produza uma tensão c.c., os segmentos semicirculares do comutador e as escovas devem ser instalados de modo que no instante em que a tensão no enrolamento da armadura é zero, as escovas põem em curto-circuito os dois segmentos do comutador. Assim, sempre que a tensão nos enrolamentos da armadura muda de sentido, as escovas também mudam de segmento e a saída de tensão nas escovas é sempre a mesma. O processo de troca de conexões é chamado de comutação (CHAPMAN, 2013). Este processo pode ser visto com maior clareza no vídeo apresentado em: WARD, D. **Commutation**. 2016. [online] YouTube. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=x78mi794b8k>>. Acesso em: 30 jul. 2017.



### Assimile

A interação entre o movimento dos condutores do enrolamento da armadura (presos ao eixo do gerador, que é girado por uma máquina motriz) em relação ao fluxo eletromagnético gerado pela corrente que flui pelos enrolamentos de campo, induz tensão c.a. nos terminais dos enrolamentos da armadura (lei da indução eletromagnética de Faraday). Esta tensão é posteriormente retificada (transformada em tensão c.c.) durante o processo de comutação.

Os geradores c.c. são classificados segundo a maneira como se alimenta a máquina (ou de acordo com o modo de produção do fluxo de campo) (CHAPMAN, 2013):

- 1. Gerador de excitação independente (ou separado):** o fluxo de campo é obtido de uma fonte de potência separada do próprio gerador.
- 2. Gerador *shunt* ou em derivação (paralelo):** o fluxo de campo é obtido pela ligação do circuito de campo diretamente aos terminais do gerador.
- 3. Gerador série:** o fluxo de campo é obtido ligando o circuito de campo em série com a armadura do gerador.
- 4. Gerador de ímã permanente:** o fluxo de campo é produzido pelos próprios ímãs permanentes.

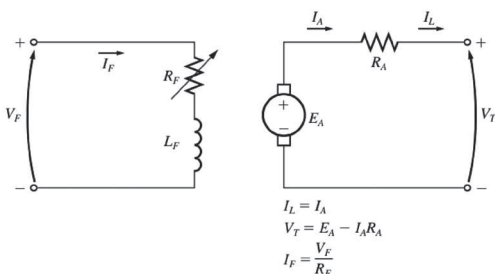
**5. Gerador composto cumulativo:** neste gerador estão presentes ambos os campos, em derivação e em série, e seus efeitos são aditivos.

**6. Gerador composto diferencial:** neste gerador estão presentes ambos os campos, em derivação e em série, mas seus efeitos são subtrativos.

Aqui, nos resumiremos ao estudo do gerador c.c. de excitação independente e no gerador c.c. em derivação. No próximo item desta seção, estudaremos o gerador c.c. de ímã permanente.

O circuito equivalente simplificado do gerador de excitação independente é ilustrado na Figura 3.16. Note que o circuito é muito similar ao circuito equivalente do gerador síncrono estudado na Seção 3.2. O lado esquerdo representa o circuito de campo, alimentado por uma fonte c.c. de tensão  $V_F$  (independente), que é modelado por uma indutância  $L_F$  e por uma resistência ajustável  $R_F$  que controla o fluxo de corrente de campo  $I_F$ . O lado direito representa o circuito da armadura, em que  $E_A$  é a tensão interna gerada na armadura,  $I_A$  é a corrente de armadura,  $I_L$  é a corrente que alimenta a carga ligada à máquina ( $I_L = I_A$  neste caso), e  $V_T$  é a tensão real medida nos terminais do gerador, a qual é dada por  $V_T = E_A - I_A R_A$ .

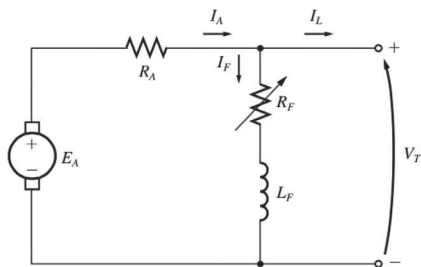
Figura 3.16 | Circuito equivalente simplificado do gerador c.c. de excitação independente



Fonte: Chapman (2013, p. 528).

O circuito equivalente simplificado do gerador em derivação é ilustrado na Figura 3.17. Neste circuito, a corrente de armadura  $I_A$  alimenta tanto o circuito de campo quanto a carga ligada à máquina, ou seja,  $I_A = I_F + I_L$ . A tensão no terminal do gerador é dada por  $V_T = E_A - I_A R_A$ . Este tipo de gerador apresenta uma vantagem sobre o gerador c.c. de excitação independente, uma vez que não há necessidade de uma fonte de alimentação externa para o circuito de campo.

Figura 3.17 | Circuito equivalente simplificado do gerador c.c. em derivação



$$I_A = I_F + I_L$$

$$V_T = E_A - I_A R_A$$

$$I_F = \frac{V_T}{R_F}$$

Fonte: Chapman (2013, p. 535).



### Refleta

No gerador c.c. de excitação independente, a corrente de campo é produzida a partir da fonte c.c. de tensão independente. Já no gerador c.c. em derivação, o circuito campo é conectado diretamente aos seus terminais para que a corrente de campo seja produzida. Porém, no momento da partida da máquina, para que a corrente de campo seja produzida, é necessário que já haja algum fluxo inicial de campo. Isto nos deixa uma importante questão: de que forma o gerador c.c. em derivação obtém o fluxo inicial de campo necessário durante a partida da máquina?

Vejamos um exemplo envolvendo um gerador c.c. de excitação separada.



### Exemplificando

Um gerador c.c. de excitação independente tem especificações nominais de 172 kW, 430 V, 400 A e 1.800 rpm. Sabendo que  $R_A = 0,05 \Omega$ , (a) calcule a tensão interna gerada  $E_A$  na condição nominal. (b) Se a máquina motriz estiver acionando o gerador a 1.600 rpm, qual será a tensão terminal a vazio, considerando que a tensão interna gerada a vazio é 430 V a uma velocidade de 1.800 rpm?

(a) A tensão interna gerada na condição nominal pode ser calculada a partir da equação  $V_T = E_A - I_A R_A$ :

$$E_A = V_T + I_A R_A$$

$$E_A = 430 + 0,05 \cdot 400 = 450 \text{ V}$$

(b) Podemos relacionar a tensão interna gerada e a velocidade na qual o eixo da máquina gira a partir da seguinte regra de três:

$$\frac{430}{E_A} = \frac{1800}{1600}$$

$$E_A = \frac{1600 \cdot 430}{1800} = 382 \text{ V}$$

Já que a vazio  $V_T = E_A$ , então, a tensão terminal do gerador é 382 V.

### Gerador CC elementar: ímã permanente

Um gerador c.c. de ímã permanente (CCIP) é um gerador c.c. cujos polos são feitos de ímãs permanentes. Tais geradores oferecem diversos benefícios em relação aos geradores c.c. em derivação usados em algumas aplicações. A principal é que, uma vez que eles não precisam de um circuito de campo externo, não têm as perdas que ocorrem no cobre do circuito de campo dos geradores c.c. em derivação. Em adição ao fato de que não há necessidade de enrolamento de campo, os geradores CCIP podem ser menores que seus correspondentes em derivação (FITZGERALD et al., 2003; CHAPMAN, 2013).

Por outro lado, os geradores CCIP estão sujeitos às limitações impostas pelos próprios ímãs permanentes, entre as quais inclui-se o risco de desmagnetização do ímã devido a um sobreaquecimento do ímã ou a um choque mecânico (queda do gerador). Ademais, os ímãs permanentes são um tanto quanto limitados em relação à intensidade da densidade de fluxo de entreferro que são capazes de produzir (FITZGERALD et al. 2003). Portanto, são utilizados em aplicações que exijam menores potências.

Um gerador CCIP é basicamente a mesma máquina que um gerador c.c. em derivação, exceto pelo fato de que o fluxo de um gerador CCIP é fixo. Portanto, as técnicas de análise de um gerador

CCIP são basicamente as mesmas de um gerador c.c. em derivação, com a corrente de campo mantida constante.

### Motor CC elementar: eletroímã

Motores c.c. são máquinas elétricas que convertem energia elétrica c.c. em energia mecânica. Conforme já dito, um gerador c.c. pode ser usado como um motor c.c. sem mudanças na sua construção e vice-versa. O princípio de funcionamento de um motor c.c. pode ser explicado da seguinte forma. Primeiro, considere que os polos da máquina (eletroímãs) são energizados por uma fonte externa c.c., da mesma forma que no caso do gerador c.c. Agora, diferente do gerador c.c. que possuía uma máquina motriz conectada ao seu eixo, o motor possui uma fonte c.c. de tensão ligada aos terminais da armadura, fazendo com que uma corrente  $I_A$  flua por seus enrolamentos. A interação da corrente que flui pelos condutores da armadura com o campo eletromagnético produzido pelos polos da máquina induz um torque (ou conjugado)  $\tau_{ind}$  que faz com que seu eixo gire a uma velocidade angular constante  $\omega$  (lei da indução eletromagnética de Faraday).



#### Assimile

A interação da corrente que flui pelos condutores da armadura com o campo eletromagnético produzido pelos polos da máquina (em que tanto os condutores da armadura quanto os polos da máquina são energizados por uma fonte externa c.c.) induz um torque (ou conjugado)  $\tau_{ind}$  que faz com que seu eixo gire a uma velocidade angular constante  $\omega$  (lei da indução eletromagnética de Faraday).

Da mesma forma que os geradores, os motores c.c. também são classificados de acordo com o modo de produção do fluxo de campo:

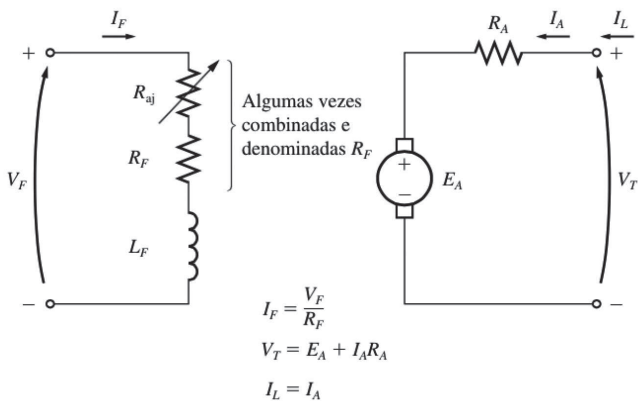
1. Motor c.c. de excitação independente.
2. Motor c.c. *shunt* em derivação (paralelo).
3. Motor c.c. de ímã permanente.
4. Motor c.c. série.
5. Motor c.c. composto (cumulativo e diferencial).

Aqui, estudaremos apenas os motores c.c. de excitação independente e o motor c.c. em derivação. Os motores c.c. de ímã permanente serão estudados no próximo item desta seção.

O circuito equivalente de um motor c.c. de excitação independente é ilustrado na Figura 3.18. Um motor c.c. de excitação independente é um motor cujo circuito de campo é alimentado a partir de uma fonte isolada de tensão constante. Note que o circuito é o mesmo circuito da Figura 3.16, porém, as correntes  $I_A$  e  $I_L$  estão no sentido oposto. A equação para o circuito de armadura do motor é dada por  $V_T = E_A + I_A R_A$ .

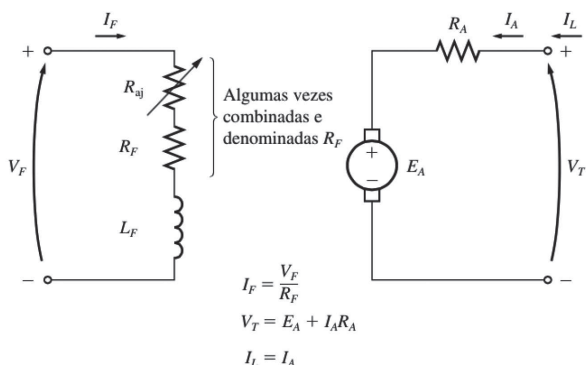
O circuito equivalente de um motor c.c. em derivação é ilustrado na Figura 3.19. Um motor c.c. em derivação é um motor cujo circuito de campo é alimentado diretamente dos terminais de armadura do próprio motor. Note que o circuito é o mesmo circuito da Figura 3.17, porém, as correntes  $I_A$  e  $I_L$  estão no sentido oposto. Da mesma forma que para um motor c.c. de excitação independente, a equação para o circuito de armadura do motor é dada por  $V_T = E_A + I_A R_A$ . Portanto, não há nenhuma diferença de comportamento entre esses dois tipos de motores (CHAPMAN, 2013).

Figura 3.18 | Circuito equivalente simplificado do motor c.c. de excitação independente



Fonte: Chapman (2013, p. 470).

Figura 3.19 | Circuito equivalente simplificado do motor c.c. em derivação



Fonte: Chapman (2013, p. 470).

Vejamos agora um exemplo envolvendo um motor c.c.



### Exemplificando

Um motor c.c. em derivação de 50 HP, 250 V e 1.200 rpm tem uma resistência de armadura de  $0,06 \, \Omega$ . Seu circuito de campo tem uma resistência total de  $R_{aj} + R_F = 50 \, \Omega$ , produzindo uma velocidade a vazio (sem carga) de 1.200 rpm (CHAPMAN, 2013). Determine a velocidade do motor quando a corrente de entrada é 100 A.

Devemos calcular a tensão interna gerada  $E_A$  e, então, relacioná-la à tensão/velocidade a vazio. Primeiramente, devemos calcular  $I_A$  da seguinte forma:

$$I_A = I_L - I_F = I_L - \frac{V_T}{R_F}$$

$$I_A = 100 - \frac{250}{50} = 95 \, \text{A}$$

Logo, a tensão para esta carga será:

$$E_A = V_T - I_A R_A$$

$$E_A = 250 - 95 \cdot 0,06 = 244,3 \, \text{V}$$

Agora, façamos uma regra de três simples para encontrar a velocidade do motor para a corrente de entrada de 100 A:

$$\frac{250}{244,3} = \frac{1200}{n_2}$$

$$n_2 = \frac{244,3 \cdot 1200}{250} = 1173 \text{ rpm}$$

### Motor CC elementar: ímã permanente

Um motor c.c. de ímã permanente (CCIP) é um motor c.c. cujos polos são feitos de ímãs permanentes. Basicamente, os motores CCIP apresentam as mesmas vantagens e desvantagens supracitadas para os geradores CCIP. Como não precisam de um circuito de campo externo, os motores CCIP não apresentam as perdas que ocorrem nos condutores do circuito de campo dos motores c.c. de outros tipos, além de poderem ser menores que estes. Os motores CCIP são comuns em tamanhos pequenos, para os quais a inclusão de um circuito separado de campo não se justifica devido ao custo e ao espaço necessários. De maneira geral, os motores CCIP são mais baratos, de menores tamanhos, mais simples e eficientes do que os motores c.c. correspondentes de outros tipos (FITZGERALD et al., 2003; CHAPMAN, 2013).

Em contrapartida, os ímãs permanentes não conseguem produzir uma densidade de fluxo tão elevada quanto a de um campo em derivação ou de alimentação externa, por exemplo. Dessa forma, um motor CCIP terá um conjugado induzido  $\tau_{ind}$  menor por ampère de corrente de armadura ( $I_A$ ) do que um correspondente motor c.c. de outro tipo. Além disso, os motores CCIP correm o risco de desmagnetização.

Um motor CCIP é basicamente a mesma máquina que um motor c.c. em derivação, exceto pelo fato de que o fluxo de um motor CCIP é fixo. Portanto, as técnicas de análise de um motor CCIP são basicamente as mesmas de um motor c.c. em derivação, com a corrente de campo mantida constante (CHAPMAN, 2013).



**Pesquise mais**

Informações como partida de motores c.c., controle de velocidade, eficiência etc., podem ser encontradas com riqueza de detalhes no Capítulo 8 do livro a seguir:

Com o domínio do conteúdo apresentado nesta seção, você está preparado para resolver as situações-problema propostas.

## Sem medo de errar

A indústria automotiva deseja que o gerador c.c. de excitação independente encomendado, a ser construído pela Global Machines Ltd., possua o maior rendimento possível para uma dada condição de operação. Desta forma, basicamente, a solução do problema resume-se a determinar para qual valor da corrente de armadura ( $I_A$ ) o rendimento do gerador é o máximo, sabendo que ele possui uma perda constante  $P_C$  (em Watt), opera a uma tensão  $V$  e uma corrente de armadura.  $I_A$

O rendimento de uma máquina elétrica é dado por:

$$\eta = \frac{P_{saída}}{P_{entrada}}$$

Para um gerador c.c. com excitação separada, temos que  $P_{saída} = VI_A$  e  $P_{entrada} = VI_A + I_A^2 R_A + P_C$ . Portanto, o rendimento  $\eta$  é:

$$\eta = \frac{VI_A}{VI_A + I_A^2 R_A + P_C}$$

Como dica do problema, nos foi dito que para o rendimento ser máximo, devemos fazer  $d\eta / dI_A = 0$ . Dos nossos estudos de cálculo diferencial e integral sabemos, pela regra do quociente, que a diferenciação de quocientes de funções diferenciáveis é dada por:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{g(x) \frac{df(x)}{dx} - f(x) \frac{dg(x)}{dx}}{g(x)^2}$$

Logo:

$$\frac{d\eta}{dI_A} = \frac{(VI_A + I_A^2 R_A + P_C) \cdot V - VI_A \cdot (V + 2I_A R_A)}{(VI_A + I_A^2 R_A + P_C)^2},$$

A qual igualada a zero resulta em:

$$(V I_A + I_A^2 R_A + P_C) \cdot V - V I_A \cdot (V + 2 I_A R_A) = 0$$

Ou, resolvida para  $I_A$ ,

$$I_A = \sqrt{\frac{P_C}{R_A}}$$

Em outras palavras, o rendimento  $\eta$  é máximo quando a perda na armadura ( $R_A I_A^2$ ) for igual às perdas constantes ( $P_C$ ) (NASAR, 1984).

## Avançando na prática

### Rendimento máximo

#### Descrição da situação-problema

A mesma empresa automotiva da situação-problema anterior deseja contratar os serviços da Global Machines Ltd. para saber a carga ( $P_{saída}$ ) na qual um dos seus geradores c.c. com excitação em derivação apresente um rendimento máximo e qual é este rendimento. Você é o engenheiro responsável pelo serviço. São dadas algumas especificações do gerador:  $V_F = 230 \text{ V}$ ,  $R_A = 0,05 \Omega$ ,  $R_F = 57,5 \Omega$  e uma perda total mecânica e no ferro de 1,8 kW. Suponha ainda que o gerador opere à tensão nominal e que não há queda de tensão no contato da escova (NASAR, 1984).

#### Resolução da situação-problema

Para resolver o problema, precisamos obter a potência de saída ( $P_{saída}$ ) para a qual o gerador apresente um rendimento máximo e, em seguida, a potência de entrada ( $P_{entrada}$ ) para que o rendimento possa ser calculado.

Do circuito do gerador c.c. com excitação em derivação (Figura 3.17), sabemos que a corrente de campo  $I_F$  é:

$$I_F = \frac{V_F}{R_F} = \frac{230}{57,5} = 4 \text{ A}$$

Logo, a perda devida aos enrolamentos de campo é:

$$P_F = I_F^2 R_F = 4^2 \cdot 57,5 = 0,92 \text{ kW}$$

E as perdas constantes são  $P_C = 920 + 1800 = 2,72 \text{ kW}$ .

Da situação-problema anterior, sabemos que para que o rendimento do gerador seja máximo, a corrente de armadura deve ser:

$$I_A = \sqrt{\frac{P_C}{R_A}}$$

Portanto:

$$I_A = \sqrt{\frac{2720}{0,05}} = 233,24 \text{ A}$$

A potência de saída é dada por  $P_{saída} = V_F I_L$ , em que  $V_F = 230 \text{ V}$  e a corrente de linha é dada pela diferença entre as correntes de armadura e de campo  $I_L = I_A - I_F = 233,24 - 4 = 229,24 \text{ A}$ . Desta forma, a carga para a qual o gerador apresente um rendimento máximo é:

$$P_{saída} = V_F I_L = 230 \cdot 229,24 = 52,72 \text{ kW}.$$

A potência de entrada é dada pela soma da potência de saída mais as perdas constantes, ou seja,

$$P_{entrada} = P_{saída} + P_C = 52720 + 2720 = 58,16 \text{ kW}.$$

O rendimento máximo pode, então, ser calculado:

$$\eta = \frac{P_{saída}}{P_{entrada}} = \frac{52720}{58160} = 90,6\%$$

## Faça valer a pena

**1.** Da mesma forma que a máquina a.c., a máquina c.c. é formada por estator (parte fixa) e rotor (parte rotativa). O rotor é composto por: núcleo da armadura, enrolamentos da armadura, comutador, escovas e eixo. O estator é composto por: carcaça, núcleo polar, enrolamento polar, sapata polar e interpolo.

Análise as seguintes afirmativas sobre as máquinas de corrente contínua e em seguida assinale a alternativa correta.

I- A carcaça é constituída de camadas laminadas de material ferromagnético, possui forma cilíndrica e tem por função suportar as bobinas do enrolamento de campo e criar um elevado campo magnético. Também deve possuir uma resistência mecânica elevada, de modo a suportar a máquina sem vibrações mecânicas sensíveis durante o seu funcionamento.

II- O enrolamento de campo (ou polar) é formado por bobinas constituídas por espiras de fio de cobre em torno do núcleo dos polos. Sua finalidade é magnetizar o circuito da máquina e permitir a conversão eletromecânica de energia no rotor.

III- É através das escovas que a corrente do enrolamento da armadura circula para o circuito externo. As escovas usualmente são de carvão e grafite, e são suportadas no estator por um suporte tipo anel, e mantidas nesse suporte por meio de molas, de forma que as escovas manterão um contato firme com os segmentos do comutador.

IV- O núcleo da armadura está conectado ao eixo e é construído de camadas laminadas de material ferromagnético, de modo a prover um caminho de baixa relutância magnética entre os polos. As lâminas servem para reduzir as correntes de Foucault no núcleo, e o material ferromagnético usado deve resultar em uma baixa perda por histerese. O núcleo contém ranhuras axiais na sua periferia para colocação dos enrolamentos da armadura.

V- O comutador é montado no eixo da máquina c.c. e consiste de segmentos de material isolante conectados às bobinas do enrolamento da armadura. Devido à rotação do eixo, providencia o necessário chaveamento para o processo de comutação.

- a) Apenas as afirmativas I e II estão corretas.
- b) Apenas as afirmativas I, II e III estão corretas.
- c) Apenas as afirmativas II, III e IV estão corretas.
- d) Apenas as afirmativas II, III, IV e V estão corretas.
- e) Apenas as afirmativas III, IV e V estão corretas.

**2.** Os geradores c.c. são classificados segundo a maneira como se alimenta a máquina (ou de acordo com o modo de produção do fluxo de campo) (CHAPMAN, 2013):

- 1. Gerador de excitação independente.
- 2. Gerador *shunt* ou em derivação (paralelo).
- 3. Gerador série.
- 4. Gerador de ímã permanente.
- 5. Gerador composto (cumulativo ou diferencial);

Um gerador com excitação em derivação, 100 kW, 230 V, tem  $R_A = 0,05 \Omega$  e  $R_F = 57,5 \Omega$ . Se o gerador opera à tensão nominal, a tensão  $E_A$  induzida a plena carga e a meia carga são, respectivamente:

- a) 251,94 V e 241,07 V.
- b) 241,74 V e 231,05 V.
- c) 251,94 V e 231,05 V.
- d) 251,94 V e 239,10 V.
- e) 255,10 V e 241,07 V.

**3.** O princípio de funcionamento das máquinas elétricas baseia-se na interação entre condutores percorridos por correntes e campos eletromagnéticos. Basicamente, a ação geradora é baseada na lei da indução eletromagnética de Faraday, a qual afirma que uma força eletromotriz (FEM) será induzida em uma espira condutora que “corte” linhas de fluxo magnético (NASAR, 1984).

Assinale a alternativa que melhor resume o princípio de funcionamento de um motor c.c.

- a) A interação entre o movimento dos condutores do enrolamento da armadura (que giram sob ação da máquina motriz) em relação ao fluxo eletromagnético gerado pela corrente que flui pelos enrolamentos de campo induz tensão c.a. nos terminais dos enrolamentos da armadura. Esta tensão é então retificada pelo processo de comutação.
- b) A interação entre o movimento dos condutores do enrolamento de campo (que giram sob ação da máquina motriz) em relação ao fluxo eletromagnético gerado pela corrente que flui pelos enrolamentos da armadura induz tensão c.a. nos terminais dos enrolamentos de campo. Esta tensão é então retificada pelo processo de comutação.
- c) A interação da corrente que flui pelos condutores da armadura (energizados por uma fonte de tensão c.c.) com o campo eletromagnético produzido pelos interpolos da máquina (que podem ser de eletroímãs ou de ímãs permanentes) induz um torque (ou conjugado)  $\tau_{ind}$  que faz com que seu eixo gire a uma velocidade angular constante  $\omega$ .
- d) A interação da corrente que flui pelos condutores da armadura (energizados por uma fonte de tensão c.c.) com o campo eletromagnético produzido pelos polos da máquina (que podem ser de eletroímãs ou de ímãs permanentes), induz um torque (ou conjugado)  $\tau_{ind}$  que faz com que seu eixo gire a uma velocidade angular constante  $\omega$ .
- e) A interação da corrente que flui pelos condutores da armadura (energizados por uma fonte de tensão c.a.) com o campo eletromagnético produzido pelos interpolos da máquina (que podem ser de eletroímãs ou de ímãs permanentes) induz um torque (ou conjugado)  $\tau_{ind}$  que faz com que seu eixo gire a uma velocidade angular constante  $\omega$ .

# Referências

AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA - **ANEEL**. Perdas de energia. ANEEL, 25 nov. 2015. Disponível em: <[http://www.aneel.gov.br/metodologia-distribuicao/-/asset\\_publisher/e2IntBH4EC4e/content/perdas/654800?inheritRedirect=false](http://www.aneel.gov.br/metodologia-distribuicao/-/asset_publisher/e2IntBH4EC4e/content/perdas/654800?inheritRedirect=false)>. Acesso em: 13 jun. 2017.

BARRETO, Gilmar et al. **Circuitos de corrente alternada: fundamentos e prática**. São Paulo: Oficina de Textos, 2012.

CASTRO JÚNIOR, C. de. **ET720 – Sistemas de Energia Elétrica I**. Campinas: Unicamp, 2017.

CHAPMAN, S. J. **Fundamentos de máquinas elétricas**. Porto Alegre: AMGH, 2013.

DUTRA, A. **Motores cc**. Disponível em: <<http://www.ebah.com.br/content/ABAAAA49cAF/motores-cc>>. Acesso em: 15 jul. 2017.

FITZGERALD, A. E. et al. **Electric machinery**. New York: McGraw-Hill, 2003.

NASAR, S. A. **Máquinas elétricas**. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, 1984.

SADIKU, Matthew N. O.; ALEXANDER, Charles K.; MUSA, Sarhan. **Análise de circuitos elétricos com aplicações**. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

SEIXAS, F. M. de; FERNANDES, R. C. **Máquinas elétricas II**. 2. ed. Ilha Solteira: Unesp, 2009.

WARD, D. **Commutation**. 2016. [online] YouTube. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=x78mi794b8k>>. Acesso em: 30 jul. 2017.

# Instalações para motores

## Convite ao estudo

Como vimos na Unidade 3, os motores elétricos são máquinas usadas para converter energia elétrica em energia mecânica. Basicamente, os motores são classificados de acordo com a natureza da corrente que os alimenta, dividindo-se em motores de corrente alternada (c.a.) e de corrente contínua (c.c.). Os primeiros são divididos em motores síncronos e motores assíncronos, enquanto que os segundos dividem-se de acordo com a maneira na qual seu fluxo de campo é produzido (excitação independente, em derivação, em série etc.).

Por que os motores elétricos são tão importantes? A resposta é clara: eles estão constantemente presentes no nosso dia a dia e produzem força motriz para acionar eletrodomésticos, como refrigeradores, máquinas de lavar, aparelhos de ar condicionado e portões automáticos, e também desempenham funções cruciais em indústrias, movendo máquinas como bombas, ventiladores, compressores, esteiras transportadoras, pontes rolantes e prensas, as quais são utilizadas em processos de fabricação de diversos tipos de bens de consumo.

O projeto de instalação de um motor elétrico, no entanto, não é algo que pode ser feito de qualquer maneira. Para uma dada aplicação de um motor, é necessária uma criteriosa escolha do seu tipo elétrico (c.a. trifásico ou monofásico, c.c.), da sua potência e de outros aspectos (controle de velocidade, refrigeração etc.), para que possa operar de maneira eficiente e em condição favorável ao consumo de energia elétrica. Além disso, é necessário todo um preparo da rede elétrica que irá alimentar o motor, incluindo o dimensionamento dos condutores e os esquemas de proteção da máquina.

Os temas relativos às instalações de motores elétricos serão estudados nesta unidade. As três seções da unidade estão divididas como segue: na Seção 4.1 apresentam-se os motores elétricos, incluindo a sua classificação, os métodos mais comuns de variação de velocidade dos motores, a escolha apropriada do motor e suas potências. Na Seção 4.2 apresentam-se os projetos de instalações para motores, incluindo a leitura dos dados de placa de um motor, o cálculo da corrente de partida, o dimensionamento dos alimentadores dos motores e os dispositivos de ligação e de desligamento. Por fim, na Seção 4.3, apresentam-se os esquemas de proteção, contemplando temas como dispositivos de proteção dos motores, dispositivos de proteção do ramal, centro de controle de motores e o cálculo de curto-circuito envolvendo estes equipamentos.

Ao término desta unidade, você deverá dominar os conhecimentos básicos sobre instalações de motores elétricos e ser capaz de elaborar um projeto de instalação para motores elétricos, bem como de interpretar um projeto já pronto. Para atingir este objetivo, deverá estudar com empenho os assuntos apresentados, resolver as questões propostas e complementar o seu estudo com pesquisas sempre que for sugerido.

# Seção 4.1

## Motores elétricos

### Diálogo aberto

A primeira tarefa a ser realizada durante o projeto de instalação de um motor elétrico é o seu dimensionamento. Para se fazer uma seleção eficiente do melhor motor a ser utilizado para uma dada aplicação, o projetista deve ter as respostas para as seguintes perguntas (JACQUES, 2017):

- Qual é a fonte de alimentação? (c.a. trifásica ou monofásica, c.c.)
- Qual é a frequência da rede? (50 ou 60 hz)
- Em qual tipo de carga o motor será empregado?
- Qual é o ciclo de aplicação da carga?
- Quantas vezes o motor irá partir, frear ou reverter rotação por hora?
- Qual, normalmente, é a temperatura do ambiente no qual o motor será instalado?
- O motor ficará exposto à poeira, gases, umidade, elementos químicos?

De posse das respostas para estas perguntas, o projetista poderá, por exemplo, calcular a potência do motor, escolher seu grau de proteção e confrontar os resultados com os motores disponíveis no mercado para ter uma ideia razoável de qual motor será empregado.

Neste contexto, você é engenheiro da *Global Machines Ltda.* e lhe atribuíram a tarefa de dimensionamento de um motor elétrico. Considere que o cliente já lhe passou as seguintes informações:

- A tensão da rede que alimentará o motor é de 480 V trifásica, 60 Hz.
- A tensão de alimentação do motor é de 0 a 460 V.
- Acoplamento direto com torque de **320 N·m** (o torque do motor é o mesmo de plena carga).
- Deseja-se um motor de indução de quatro polos.

Calcule a potência do motor para que desempenhe a aplicação desejada pelo cliente. Apresente os resultados na forma de relatório.

## **Não pode faltar**

### **Classificação dos motores elétricos**

Conforme vimos na Unidade 3, os motores elétricos são classificados conforme a natureza da corrente que os alimenta, dividindo-se em (NISKIER; MACINTYRE, 2008):

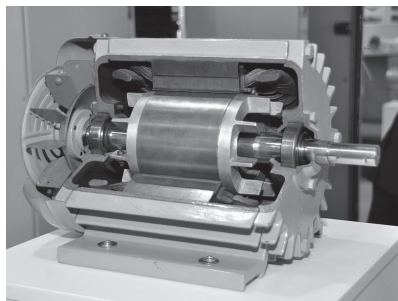
#### **Motores de corrente alternada (c.a.)**

Dividem-se em motores síncronos e motores de indução (ou assíncronos). Os motores síncronos são motores cuja rotação do eixo é igual à rotação síncrona. Nestes motores, o estator é alimentado com corrente c.a., enquanto que o rotor é alimentado com corrente c.c.

Os motores síncronos devem ser levados à velocidade síncrona antes que sejam submetidos à carga, porém, não possuem condições de partida própria e, para alcançarem a velocidade síncrona, necessitam de um agente auxiliar para a partida, como um motor de indução auxiliar, ou um motor de lançamento auxiliar, por exemplo. Após atingirem a velocidade síncrona, esses motores mantêm a velocidade constante para qualquer carga dentro dos limites da sua capacidade. Caso sejam submetidos a uma carga excessiva, os motores síncronos perdem a sincronismo (entre a rotação síncrona e a do eixo) e param, sendo que são geralmente empregados em aplicações que exigem grande potência e baixa rotação, como compressores de grande potência, grupos motor-gerador, ventiladores de grande capacidade etc.

Os motores de indução são motores que giram numa rotação menor que a síncrona. Entre estes, os mais comuns são os motores de indução trifásicos. A corrente que circula no rotor destes motores é induzida pelo movimento relativo entre os condutores do rotor e o campo girante produzido pelas correntes trifásicas no estator. A Figura 4.1 ilustra o corte de um motor de indução trifásico.

Figura 4.1 | Corte de um motor de indução trifásico



Fonte: De Waard (2017).

Quando os motores de indução funcionam sem carga, o rotor gira com velocidade próxima à síncrona, pois o escorregamento é pequeno, porém, com carga, o rotor se atrasa mais em relação ao campo girante e nele são induzidas fortes correntes para produzir o torque (ou conjugado) necessário.

Durante a partida, os motores de indução absorvem da linha correntes que podem ser até sete vezes a corrente de plena carga, mas desenvolvem um torque que pode ser uma vez e meia o de plena carga, o que é muito conveniente para algumas aplicações. Algumas vezes, conforme visto na Unidade 3, a elevada corrente de partida destes motores é inaceitável, pois põem em risco o funcionamento de outros equipamentos conectados à mesma rede e, portanto, precisam ser reduzidas por meio de algum método apropriado (inserção de resistências no rotor, inserção de resistências na linha, chave Y/ $\Delta$ , partida compensadora, acionamento por soft-starter etc.) (SEIXAS; FERNANDES, 2012).

Conforme as suas características de conjugado em relação à velocidade e corrente de partida, os motores de indução trifásicos com rotor de gaiola são classificados em categorias, cada uma adequada a um tipo de carga.

Estas categorias são definidas em norma (ABNT NBR 17094 e IEC 60034-1) e são as seguintes (WEG, 2017):

- Categoria N: conjugado de partida normal, corrente de partida normal; baixo escorregamento. Constituem a maioria dos motores encontrados no mercado e prestam-se ao acionamento de cargas normais, como bombas, máquinas operatrizes e ventiladores.

- Categoria NY: esta categoria inclui os motores semelhantes aos de categoria N, porém, previstos para partida estrela-triângulo. Para estes motores na ligação estrela, os valores mínimos do conjugado com rotor bloqueado e do conjugado mínimo de partida são iguais a 25% dos valores indicados para os motores categoria N.
- Categoria H: conjugado de partida alto, corrente de partida normal; baixo escorregamento. Usados para cargas que exigem maior conjugado na partida, como peneiras, transportadores carregadores, cargas de alta inércia, britadores etc.
- Categoria HY: esta categoria inclui os motores semelhantes aos de categoria H, porém, previstos para partida estrela-triângulo. Para estes motores na ligação estrela, os valores mínimos do conjugado com rotor bloqueado e do conjugado mínimo de partida são iguais a 25% dos valores indicados para os motores de categoria H.
- Categoria D: conjugado de partida alto, corrente de partida normal; alto escorregamento (+ de 5%). Usados em prensas excêntricas e máquinas semelhantes, em que a carga apresenta picos periódicos. Usados também em elevadores e cargas que necessitam de conjugados de partida muito altos e corrente de partida limitada.

Mais algumas especificações dos motores c.a. (características construtivas, características de aceleração, regulação de velocidade, características dos motores em regime etc.) podem ser encontrados em Weg (2017).

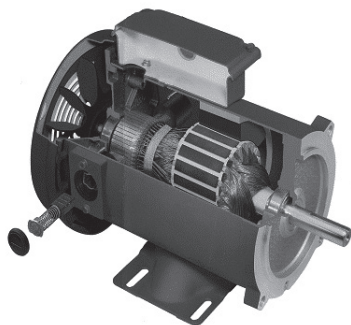
### **Motores de corrente contínua (c.c.)**

Estes motores funcionam pela ação de campo magnético, pela excitação dos polos do motor com corrente c.c. (supondo que sejam eletroímãs). Basicamente, são usados quando é necessário variar a velocidade durante o funcionamento e/ou quando o conjugado de partida da máquina acionada é elevado. A Figura 4.2. ilustra o corte de um motor de corrente contínua.

A variação de velocidade dos motores c.c. pode ser obtida de diversas maneiras, entre as quais destacam-se a variação da tensão aplicada ao rotor e a variação de fluxo no entreferro pela variação da corrente de campo.

Conforme vimos na Unidade 3, os motores c.c. são classificados de acordo com o modo de produção do fluxo de campo (excitação independente, em derivação (paralelo), de ímã permanente, série e composto).

Figura 4.2 | Corte de um motor de corrente contínua



Fonte: Ducoing (2017).



**Refleta**

Se os motores elétricos são classificados conforme a natureza da corrente que os alimenta, como o motor universal, o qual pode ser alimentado tanto por corrente c.a. quanto por c.c., pode ser classificado?

### **Variação de velocidade do motor**

Pode-se variar a velocidade de rotação de um motor quando este trata-se de um motor de rotor bobinado. Para tanto, várias soluções podem ser empregadas, tais como (NISKIER; MACINTYRE, 2008; BRAGA, 2017):

- Variação da intensidade da corrente do rotor: esta técnica é realizada de modo a se obter a variação no escorregamento. Basicamente, a energia correspondente ao escorregamento é recuperada e devolvida à rede após retornarem as características de onda na frequência da rede, o que é conseguido por meio de tiristores (dispositivos semicondutores que podem ser comutados do estado de condução para o estado de bloqueio e vice-versa).

- Variação da frequência da tensão: esta técnica é feita por meio de inversores de frequência (dispositivos que convertem tensão c.a. em tensão c.c. e, finalmente, convertem esta última em uma tensão c.a. de amplitude e período variáveis).
- Introdução de resistências externas ao rotor: esta técnica utiliza um reostato (isto é, um resistor variável) em série com o motor, de modo a controlar a intensidade da corrente que circula pelo rotor.

Os motores c.c. são capazes de inversões rápidas de rotação e controle de velocidade com relativa facilidade em comparação às máquinas c.a. Por conta disso, antigamente os motores c.c. eram preferidos em aplicações que exigissem a variação da velocidade da máquina. Entretanto, os motores c.c. são caros, requerem a constante manutenção das escovas e dos comutadores e são proibitivos em ambientes agressivos. Em contrapartida, os motores de indução são mais baratos, não requerem manutenção da mesma forma que os motores c.c. e estão aptos a funcionar em ambientes agressivos.

O desenvolvimento tecnológico da eletrônica de potência tem diminuído a distância entre os motores c.c. e c.a. no que diz respeito ao controle de velocidade. Atualmente, o sistema mais frequentemente escolhido para aplicações de controle de velocidade é o motor de indução, combinado com um acionamento em estado sólido (transistores, diodos, circuitos integrados etc.) (CHAPMAN, 2013).

## **Escolha do motor**

Conforme já mencionado, um motor elétrico pode ser empregado em diferentes aplicações, tais como compressores, condensadores de ar condicionado, ventiladores, bombas, elevadores, guindastes, pontes rolantes, esteiras transportadoras etc. O tipo do motor a ser empregado dependerá da aplicação em si, ou seja, se a aplicação necessita de conjugado de partida elevado, moderado ou baixo, de correntes de partida elevadas, ou não, de velocidade constante ou variável, de alto ou baixo rendimento, de potência trifásica ou monofásica etc. Os Quadros 4.1 e 4.2 resumem como o motor pode ser escolhido considerando a velocidade e outras características. Mais detalhes para a escolha de um motor elétrico podem ser encontrados em Weg (2017).

Quadro 4.1 | Escolha do motor considerando a velocidade

| Velocidade                                                 | Corrente alternada                                  | Corrente contínua  |
|------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|--------------------|
| Aproximadamente constante, desde a vazio até a plena carga | Motor de indução ou síncrono                        | Motor em derivação |
| Semiconstante, desde a vazio até a plena carga             | Motor de indução com elevada resistência do rotor   | Motor composto     |
| Variável, decrescente com o aumento da carga               | Motor de indução com resistência do rotor ajustável | Motor série        |

Fonte: Niskier e Macintyre (2008).

Quadro 4.2 | Características e aplicações de vários tipos de motores

| Tipo de motor                                | Velocidade                                                                                                                                | Conjugado de partida                                 | Aplicação                                                                  |
|----------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| Indução de gaiola, trifásico                 | Aproximadamente constante                                                                                                                 | Baixo, corrente elevada                              | Bombas, ventiladores, máquinas ferramentas etc.                            |
| Indução de gaiola com elevado escorregamento | Decresce rapidamente com a carga                                                                                                          | Maior do que o do caso anterior                      | Pequenos guinchos, pontes rolantes, serras etc.                            |
| Rotor bobinado                               | Constante, se a resistência de partida estiver desligada; ajustável, com a resistência de partida inserida (sacrificando-se o rendimento) | Maior do que os conjugados dos dois casos anteriores | Compressores de ar, guinchos, guindastes, pontes rolantes, elevadores etc. |

Fonte: Niskier e Macintyre (2008).

## Potências do motor elétrico

Na alimentação de um motor encontram-se as seguintes potências:

1. Potência nominal (ou de saída)  $P_n$ : é a potência mecânica no eixo do motor. Pode ser expressa em kW, HP ( $\approx 0,746 \text{ kW}$ ) ou CV ( $\approx 0,736 \text{ kW}$ ).

2. Potência de entrada  $P_e$  : corresponde à potência absorvida da rede elétrica pelo motor para o seu desempenho (ou para a realização de trabalho). É expressa em W (ou kW).

3. Potência reativa  $Q_e$  de entrada: corresponde à potência absorvida pelo campo magnético do motor. É expressa em VAr (ou kVAr).

4. Potência aparente  $S_e$  de entrada: é a soma vetorial das potências ativa e reativa.



### Atenção

Note que tanto a potência nominal ( $P_n$ ) como a potência de entrada ( $P_e$ ) tratam-se de potências ativas e, portanto, são expressas em Watt (W).

A relação entre a potência nominal ( $P_n$ ) e a potência de entrada ( $P_e$ ) é denominada de rendimento mecânico ( $\eta$ ) do motor:

$$\eta = \frac{P_n}{P_e}$$

A energia elétrica absorvida da rede por um motor é transformada em energia mecânica no eixo do motor. A potência ativa fornecida pela rede elétrica não será transformada na sua totalidade em potência mecânica no eixo, devido às perdas que ocorrem no motor (perdas resistivas nos enrolamentos, fluxo de dispersão, perdas por correntes parasitas etc.). Basicamente, o rendimento define a eficiência desta transformação, sendo comumente expresso em um número menor que a unidade ou em porcentagem.



### Assimile

O rendimento ( $\eta$ ) é a relação entre a potência ativa fornecida pelo motor ( $P_n$ ) e a potência ativa solicitada pelo motor à rede ( $P_e$ ), dado por  $\eta = P_n / P_e$ . O rendimento é sempre expresso em um número menor que a unidade ou em porcentagem.

A potência de entrada, em kW, pode ser obtida em função da potência nominal a partir das seguintes fórmulas:

Quadro 4.3 | Cálculo da potência de entrada em função da potência nominal

| Potência de entrada $P_e$ (kW) |                                           |                                           |
|--------------------------------|-------------------------------------------|-------------------------------------------|
| $\frac{P_n(\text{kW})}{\eta}$  | $\frac{P_n(\text{cv}) \cdot 0,736}{\eta}$ | $\frac{P_n(\text{HP}) \cdot 0,746}{\eta}$ |

Fonte: Niskier e Macintyre (2008)

Vejamos um simples exemplo envolvendo as potências de um motor elétrico.



### Exemplificando

Qual é a potência fornecida por um motor trifásico, com rendimento de 80%, que recebe uma potência de 16,76 HP?

O problema deseja saber a potência fornecida, ou seja, a potência nominal (ou de saída) de um motor trifásico cujo rendimento é de 0,80 e a potência recebida, isto é, a potência de entrada é 16,76 HP. Sabemos que o rendimento é dado por:

$$\eta = \frac{P_n}{P_e}$$

Logo, a potência nominal é:

$$P_n = P_e \cdot \eta = 16,76 \cdot 0,8 = 13,41 \text{ HP}$$

Ou, em kW:

$$P_n = 13,41 \cdot 0,746 = 10 \text{ kW}$$

A relação entre as potências ativa e aparente é o fator de potência (FP), dado por:

$$\cos \varphi = \frac{P_e}{S_e}$$

Sabemos que o FP de uma carga pode ser indutivo ou capacitivo, a depender da defasagem entre a tensão sobre a carga e a corrente que flui por ela. Os motores, no entanto, são cargas indutivas, uma vez que são equipamentos compostos por bobinas.

Conforme vimos na Unidade 2, quanto menor o FP de uma carga (que pode ser um motor), maior é a discrepância entre a potência entregue àquela carga e a potência realmente utilizada para a realização de trabalho útil. Em outras palavras, com um baixo FP torna-se necessário que a fonte de energia forneça mais potência aparente (kVA) à carga do que seria necessário com um alto valor do FP. Por esta razão, as concessionárias não toleram instalações industriais com FP inferior a 0,92, cobrando multa das indústrias que apresentem FP abaixo do referido valor (NISKIER; MACINTYRE, 2008).

A potência aparente de entrada, em kVA, pode ser obtida em função da potência nominal a partir das seguintes fórmulas:

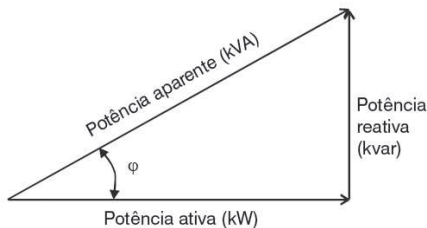
Quadro 4.4 | Cálculo da potência aparente de entrada em função da potência nominal

| Potência aparente de entrada $S_e$ (kVA)         |                                                              |                                                              |
|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| $\frac{P_n(\text{kW})}{\eta \cdot \cos \varphi}$ | $\frac{P_n(\text{cv}) \cdot 0,736}{\eta \cdot \cos \varphi}$ | $\frac{P_n(\text{HP}) \cdot 0,746}{\eta \cdot \cos \varphi}$ |

Fonte: Niskier e Macintyre (2008)

Pode-se visualizar a relação entre as potências ativa, reativa e aparente em termos do triângulo de potência ilustrado na Figura 4.3. Note que são necessárias apenas duas potências para que se conheça a terceira por meio de relações trigonométricas.

Figura 4.3 | Triângulo de potência



Fonte: elaborada pelo autor.

A potência nominal (ou de saída), num motor trifásico é dada, em W, por:

$$P_n = \sqrt{3} \cdot V_L I_L \cos \varphi \cdot \eta$$

Em que  $\eta$  é o rendimento do motor e  $V_L$  e  $I_L$  são, respectivamente, tensão e corrente de linha que alimentam o motor.

A potência reativa produz potência média nula e, portanto, não realiza trabalho. Lembre-se de que a potência reativa é a taxa de troca de energia entre a fonte e os componentes reativos da carga. Estes componentes carregam-se e descarregam-se de forma alternada durante um período, resultando no fluxo de corrente ora no sentido da fonte para a carga, ora no sentido contrário, respectivamente, não havendo, portanto, saldo de potência utilizável (HAYT; KEMMERLY; DURBIN, 2014).



### Exemplificando

Qual a corrente nominal solicitada por um motor trifásico de 5 cv sob uma tensão de 220 V, com FP de 0,80 e rendimento de 96% (NISKIER; MACINTYRE, 2008)?

Primeiramente, precisamos transformar a potência do motor de cv para W:

$$P = 5 \cdot 736 = 3680 \text{ W}$$

Agora calculamos a corrente com base na seguinte equação:

$$I_L = \frac{P_n}{\sqrt{3} \cdot V_L \cos \varphi \cdot \eta}$$

Resultando em:

$$I_L = \frac{3680}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,8 \cdot 0,96} = 12,6 \text{ A}$$



### Pesquise mais

O resumo das fórmulas para a determinação das correntes e potências em motores c.a. trifásicos ou monofásicos e em motores c.c. pode ser

encontrado no Capítulo 6 de NISKIER, J.; MACINTYRE, A. J. **Instalações elétricas**. Rio de Janeiro: Grupo Gen-LTC, 2008.

Com o domínio dos conteúdos apresentados, você está apto para resolver as situações-problema desta seção.

## Sem medo de errar

Você foi incumbido da tarefa do dimensionamento de um motor elétrico para uma dada aplicação e já possui as seguintes informações disponibilizadas pelo cliente:

- A tensão da rede que alimentará o motor é de 480 V trifásica, 60 Hz.
- A tensão de alimentação do motor é de 0 a 460 V.
- Acoplamento direto com torque de **320 N · m** (o torque do motor é o mesmo de plena carga).
- Deseja-se um motor de indução de quatro polos.

O primeiro passo é calcular a velocidade síncrona, a qual é dada por:

$$n_{sinc} = \frac{120 \cdot f_e}{p}$$

Em que, conforme vimos na Unidade 3,  $f_e$  é a frequência da rede e  $p$  é o número de polos da máquina, portanto:

$$n_{sinc} = \frac{120 \cdot 60}{4} = 1800 \text{ rpm}$$

ou, em rad/s:

$$\omega_{sinc} = 1800 \cdot 2\pi / 60 = 188,50 \text{ rad/s}$$

A potência de saída (ou nominal) da máquina é dada por:

$$P_n = \tau_{ind} \cdot \omega_m$$

Em que  $\tau_{ind}$  é o torque induzido e  $\omega_m$  é a velocidade de rotação do eixo do motor em rad/s.

Como não dispomos de informações sobre o escorregamento do motor, utilizamos a própria velocidade síncrona nos cálculos, logo:

$$P_n = 320 \cdot 188,50 = 60,32 \text{ kW}$$

Desta forma, poderíamos sugerir ao cliente um motor de indução trifásico tipo gaiola com quatro polos, 75 kW de potência, 460 V de trabalho, com faixa de trabalho em 60 Hz.

## Avançando na prática

### Dimensionamento de motores elétricos

#### Descrição da situação-problema

Você é engenheiro da *Global Machines Ltda.* e lhe atribuíram a tarefa do dimensionamento de um motor elétrico. Considere que o cliente já lhe passou as seguintes informações:

- A tensão da rede que alimentará o motor é de 240 V trifásica, 60 Hz.
- A tensão de alimentação do motor é de 0 a 220 V (linha).
- A corrente máxima a ser consumida pelo motor deve ser 15 A com FP de 0,94.
- Acoplamento direto com torque de **40 N·m** (o torque do motor é o mesmo de plena carga).
- Deseja-se um motor de indução com rendimento maior que 90%.

Calcule (a) a potência de saída do motor e (b) seu número de polos, para que desempenhe a aplicação desejada pelo cliente. Apresente os resultados na forma de relatório.

#### Resolução da situação-problema

A potência nominal (ou de saída) num motor trifásico é dada, em W, por:

$$P_n = \sqrt{3} \cdot V_L I_L \cos \varphi \cdot \eta$$

Em que  $V_L$  e  $I_L$  são, respectivamente, tensão e corrente de linha que alimentam o motor,  $\eta$  é seu rendimento e  $\cos \varphi$  seu fator de potência. Portanto:

$$P_n = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 15 \cdot 0,94 \cdot 0,90 = 4,84 \text{ kW}$$

Sabemos que a potência nominal da máquina relaciona-se com o torque  $\tau_{ind}$  e com a velocidade de rotação do eixo  $\omega_m$  (em rad/s), da seguinte forma:

$$P_n = \tau_{ind} \cdot \omega_m$$

Logo, a velocidade do motor é:

$$\omega_m = \frac{P_n}{\tau_{ind}} = \frac{4840}{40} = 121 \text{ rad/s}$$

ou, em rpm:

$$n_m = \omega_m \cdot \frac{60}{2\pi} = 121 \cdot \frac{60}{2\pi} \approx 1155,46 \text{ rpm}$$

Usamos a própria velocidade de rotação, em vez da síncrona, nos cálculos para a obtenção do número de polos e, em seguida, aproximamos o resultado para o número inteiro múltiplo de dois (lembre-se de que os polos são formados aos pares) mais próximo:

$$n_m = \frac{120 \cdot f_e}{p}$$

$$p = \frac{120 \cdot f_e}{n_m} = \frac{120 \cdot 60}{1155,46} = 6,23$$

Desta forma, poderíamos sugerir ao cliente um motor de indução trifásico tipo gaiola com seis polos, 5,5 kW de potência, 220 V de trabalho, com faixa de trabalho em 60 Hz e baixo escorregamento ( $s < 5\%$ ).

## Faça valer a pena

**1.** O rendimento é a relação entre a potência ativa fornecida pelo motor e a potência ativa solicitada pelo motor à rede elétrica. Uma vez que a potência de entrada é sempre maior que a de saída, devido às perdas que ocorrem no processo de conversão eletromecânica de energia, o rendimento é sempre expresso por um número menor que a unidade ou em porcentagem.

Qual é a potência fornecida por um motor trifásico, com rendimento de 89%, que recebe uma potência de 15 cv?

- a) 9,83 kW.
- b) 10 kW.
- c) 18,14 kW.
- d) 13,35 kW.
- e) 19,66 kW.

**2.** Quando um motor de indução opera a plena carga, seu fator de potência (FP) pode ser  $\approx 0,90$ , se ele operar com cerca da metade da carga,  $FP \approx 0,80$ , e se operar vazio,  $FP \approx 0,20$ . Quanto menor o FP, maior é a corrente drenada pelo motor para a mesma aplicação, portanto, conclui-se que é necessário uma criteriosa escolha da potência do motor para uma dada aplicação para que opere em condição favorável de consumo de energia (NISKIER; MACINTYRE, 2008).

Qual a corrente nominal solicitada por um motor de indução trifásico de 20 HP sob uma tensão de 440 V, com FP de 0,95 e rendimento de 90%?

- a) 39,66 kA.
- b) 22,90 kA.
- c) 0,229 kA.
- d) 0,023 kA.
- e) 0,040 kA.

**3.** Os motores síncronos são motores cuja rotação do eixo é igual à rotação síncrona. Nestes motores, o estator é alimentado com corrente c.a., enquanto que o rotor é alimentado com corrente c.c. proveniente de uma excitatriz, que é um pequeno dínamo.

Analisar as seguintes afirmações sobre os motores síncronos e, em seguida, assinalar a alternativa correta.

I – Os motores síncronos chegam à velocidade síncrona rapidamente e sem a necessidade de um agente auxiliar para a partida.

II – Após atingirem a velocidade síncrona, os motores síncronos mantêm a velocidade constante para qualquer carga dentro dos limites da sua capacidade.

III – Caso sejam submetidos a uma carga excessiva, os motores síncronos perdem a sincronismo (entre a rotação síncrona e a do eixo) e apresentam uma redução na sua velocidade, porém, não param.

IV – São geralmente empregados em aplicações que exigem grandes potências e baixas rotações, como compressores de grande potência, grupos motor-gerador, ventiladores de grande capacidade etc.

- a) As afirmações II, III e IV estão corretas.
- b) As afirmações I, II e IV estão corretas.
- c) As afirmações II e III, estão corretas.
- d) As afirmações II e IV estão corretas.
- e) As afirmações I e II estão corretas.



## Não pode faltar

### Dados de placa

De maneira geral, todo fabricante afixa ao motor elétrico uma placa de identificação contendo as seguintes especificações (NISKIER; MACINTYRE, 2008; SERAFIM, 2017; WEG, 2017):

- Marca comercial e modelo.
- Natureza da corrente (c.a. ou c.c.).
- Número de fases (um ou três).
- Número de carcaça.
- Mês e ano de fabricação.
- Número de série.
- Tipo (motor de indução gaiola, síncrono etc.).
- Frequência (Hz).
- Categoria (CAT).
- Potência nominal (kW, HP ou cv).
- Rotação nominal (rpm).
- Fator de serviço (FS).
- Classe de isolamento (ISOL).
- Fator  $I_p / I_N$ .
- Grau de proteção (IP).
- Tensão nominal (V).
- Corrente nominal (A).
- Regime de trabalho (ou serviço) (REG).
- Possibilidades de ligação.
- Especificação dos rolamentos.
- Massa do motor (kg).
- Rendimento (REND%).
- Fator de potência ( $\cos \varphi$ ).

Algumas das especificações supracitadas são novidades para o leitor e serão explicadas a seguir.

A **classe de isolamento** (ISOL) dos condutores das bobinas do motor é a máxima temperatura a qual poderão ser submetidos em

regime contínuo sem que haja redução de sua vida útil. O Quadro 4.5 apresenta as classes de isolamento definidas em norma (ABNT NBR 17094 e IEC 60034-1).

Quadro 4.5 | Composição da temperatura em função da classe de isolamento (°C)

| Classe de isolamento                                         | A   | E   | B   | F   | H   |
|--------------------------------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Temperatura ambiente                                         | 40  | 40  | 40  | 40  | 40  |
| $\Delta t$ = Elevação da temperatura (método da resistência) | 60  | 75  | 80  | 105 | 125 |
| Diferença entre o ponto mais quente e a temperatura média    | 5   | 5   | 10  | 10  | 15  |
| Total = temperatura do ponto mais quente                     | 105 | 120 | 130 | 155 | 180 |

Fonte: Niskier e Macintyre (2008).

O **fator de serviço** (FS) é o fator de sobrecarga que o motor suporta em regime contínuo, ou seja, uma reserva de potência caso seja necessário em função de instabilidades da carga. O FS é um valor de 1,00 a 1,25 que, multiplicado pela potência nominal, conduz ao valor de uma potência tolerável de funcionamento sem que ocorra um aquecimento incompatível com a classe de isolamento do motor. Os fatores de serviço usuais por potência são especificados na IEC 60034-1 (WEG, 2017).

A **relação**  $I_p / I_N$ , em que  $I_p$  é a corrente de partida e  $I_N$  a corrente nominal, é um valor que representa quantas vezes a corrente de partida é maior que a corrente nominal. Esta relação é usada nos cálculos da corrente de partida (ou corrente de rotor bloqueado).

O **grau de proteção** (IP, do inglês *Ingress Protection*) indica o quanto o motor está protegido contra as agressividades do ambiente (poeira, umidade, penetração de água no motor etc.) no qual ele mesmo será instalado. A norma ABNT NBR-IEC 60034-5: 2009 define os graus de proteção dos equipamentos elétricos por meio das letras IP, seguidas por dois algarismos, em que o primeiro (de 0 a 6) indica o grau de proteção contra penetração de corpos sólidos estranhos e contato acidental e o segundo (de 0 a 8) indica o grau de proteção contra penetração de água no interior do motor (WEG, 2017). O grau de proteção IP66, por exemplo, indica que o motor é totalmente protegido contra poeira e também contra jatos potentes de água. Para mais detalhes sobre o grau de proteção, veja os Quadros 4.6 e 4.7.

Quadro 4.6 | 1º Algarismo: grau de proteção contra penetração de corpos sólidos estranhos e contato acidental

| 1º Algarismo |                                                              |
|--------------|--------------------------------------------------------------|
| Algarismo    | Indicação                                                    |
| 0            | Máquina não protegida.                                       |
| 1            | Máquina protegida contra objetos sólidos maiores que 50 mm.  |
| 2            | Máquina protegida contra objetos sólidos maiores que 12 mm.  |
| 3            | Máquina protegida contra objetos sólidos maiores que 2,5 mm. |
| 4            | Máquina protegida contra objetos sólidos maiores que 1 mm.   |
| 5            | Máquina protegida contra poeira.                             |
| 6            | Máquina totalmente protegida contra poeira.                  |

Fonte: Weg (2017).

Quadro 4.7 | 2º Algarismo: grau de proteção contra penetração de água no interior do motor

| 1º Algarismo |                                                                          |
|--------------|--------------------------------------------------------------------------|
| Algarismo    | Indicação                                                                |
| 0            | Máquina não protegida.                                                   |
| 1            | Máquina protegida contra gotejamento vertical.                           |
| 2            | Máquina protegida contra gotejamento de água, com inclinação de até 15°. |
| 3            | Máquina protegida contra aspersão de água.                               |
| 4            | Máquina protegida contra projeções de água.                              |
| 5            | Máquina protegida contra jatos de água.                                  |
| 6            | Máquina protegida contra jatos potentes de água.                         |
| 7            | Máquina protegida contra os efeitos da imersão temporária.               |
| 8            | Máquina protegida contra os efeitos da imersão contínua.                 |

Fonte: Weg (2017).

O **regime de trabalho** (ou serviço) é o grau de regularidade da carga a que o motor é submetido. Conforme a NBR 17094-1: 2013, os regimes de tipo e os símbolos alfanuméricos a eles atribuídos são resumidos no Quadro 4.8.

Quadro 4.8 | Regimes para motores elétricos

| Regime | Tipo                     |
|--------|--------------------------|
| S1     | Regime contínuo          |
| S2     | Regime de tempo limitado |

|     |                                                                                                |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| S3  | Regime intermitente periódico.                                                                 |
| S4  | Regime intermitente periódico com partidas.                                                    |
| S5  | Regime intermitente periódico com frenagem elétrica.                                           |
| S6  | Regime de funcionamento contínuo periódico com carga intermitente.                             |
| S7  | Regime de funcionamento contínuo periódico com frenagem elétrica.                              |
| S8  | Regime de funcionamento contínuo com mudança periódica na relação carga/velocidade de rotação. |
| S9  | Regime com variações não periódicas de carga e de velocidade.                                  |
| S10 | Regime com cargas constantes distintas.                                                        |

Fonte: Weg (2017).



## Pesquise mais

Mais informações sobre as especificações dos motores elétricos e.g., características de alimentação, características de aceleração, regulação de velocidade etc. podem ser encontradas em: <<http://ecatalog.weg.net/files/wegnet/WEG-guia-de-especificacao-de-motores-eletricos-50032749-manual-portugues-br.pdf>>. Acesso em: 14 out. 2017.

Vejamos, agora, um exemplo no qual interpretaremos a placa de identificação de um motor elétrico.



## Exemplificando

Interprete a placa de identificação de um motor mostrada na Figura 4.5.

Figura 4.5 | Placa de identificação um motor elétrico

|                                                                                     |      |                                                                                     |         |                 |     |                                                                                     |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------|------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------|-----------------|-----|-------------------------------------------------------------------------------------|--|
|  |      |  |         | RENDIMENTO      |     | NBR7094                                                                             |  |
| ~ 3 90L                                                                             |      | 03/99                                                                               |         | FB90702         |     |                                                                                     |  |
| MOTOR INDUÇÃO - GAUCHA<br>REDUCTION MOTOR - GAUCHA                                  |      | Hz 60                                                                               |         | CAT N           |     |                                                                                     |  |
| kW(HP-cv)                                                                           |      | 2.2(3.0)                                                                            |         | RPM<br>min 1730 |     |                                                                                     |  |
| FS                                                                                  | 1.15 | ISOL                                                                                | B Δ f K | split           | 6.7 | IP55                                                                                |  |
| 220/380/440                                                                         |      | V                                                                                   |         | 8.40/4.86/4.20  |     | A                                                                                   |  |
| REG                                                                                 | S1   | MAX AMB                                                                             |         | ALT             |     | m                                                                                   |  |
| EQUI                                                                                |      |                                                                                     |         |                 |     |                                                                                     |  |
| 220 V                                                                               |      | 380 V                                                                               |         | 440 V           |     |                                                                                     |  |
| Δ                                                                                   |      | Δ                                                                                   |         | Δ               |     | Δ                                                                                   |  |
| 11,12,10                                                                            |      | 11,12,10                                                                            |         | 11,12,10        |     | 11,12,10                                                                            |  |
| 5,6,4                                                                               |      | 5,6,4                                                                               |         | 5,6,4           |     | 5,6,4                                                                               |  |
| 8,9,7                                                                               |      | 8,9,7                                                                               |         | 8,9,7           |     | 8,9,7                                                                               |  |
| 2,3,1                                                                               |      | 2,3,1                                                                               |         | 2,3,1           |     | 2,3,1                                                                               |  |
| L1 L2 L3                                                                            |      | L1 L2 L3                                                                            |         | L1 L2 L3        |     | L1 L2 L3                                                                            |  |
| Y - ONLY START / SÓMENTE PARTIDA                                                    |      |                                                                                     |         |                 |     |                                                                                     |  |
|  |      | 6205-ZZ                                                                             |         | A BASE DE LÍTIO |     | kg                                                                                  |  |
|                                                                                     |      | 6204-ZZ                                                                             |         |                 |     |                                                                                     |  |
| 03330                                                                               |      |  |         | PNCEE           |     |                                                                                     |  |
|                                                                                     |      |                                                                                     |         | REND.% = 85.5%  |     |                                                                                     |  |
|                                                                                     |      |                                                                                     |         | COS φ 0.81      |     |                                                                                     |  |
|                                                                                     |      |                                                                                     |         |                 |     |  |  |

Fonte: Rigo (2017).

- Marca comercial e modelo: WEG – Alto Rendimento Plus.
- Natureza da corrente: c.a. (~).
- Número de fases: 3.
- Número de carcaça: 90L.
- Mês e ano de fabricação: 03/99.
- Número de série: FB90702.
- Tipo: motor de indução – gaiola.
- Frequência: 60 Hz.
- Categoria (CAT): N.
- Potência nominal: 2,2 kW ou 3 cv (HP).
- Rotação nominal: 1.730 rpm.
- Fator de serviço (FS): 1,15.
- Classe de isolamento (ISOL): B.
- Fator  $I_p / I_N$ : 6,7.
- Grau de proteção (IP): IP55.
- Tensão nominal: 220/380/440 V.
- Corrente nominal: 8,40/4,86/4,20 A.
- Regime de trabalho (ou serviço) (REG): S1.
- Possibilidades de ligação: quatro possibilidades, sendo uma para cada tensão possível e uma para a partida do motor.
- Especificação dos rolamentos: 6205-ZZ e 6204-ZZ.
- Massa do motor: não consta na placa.
- Rendimento (REND%): 85,5%.
- Fator de potência ( $\cos \varphi$ ): 0,81.

## Corrente de partida

A depender do tipo e das características construtivas de um motor, sua corrente de partida pode alcançar valores de até sete vezes a corrente nominal a plena carga (NISKIER; MACINTYRE, 2008). Esta característica da corrente de partida pode causar os chamados afundamentos de tensão à rede elétrica na qual o motor está conectado, o que, conseqüentemente, pode resultar no mal funcionamento de outros equipamentos conectados à rede (BOLLEN, 2001), portanto, o conhecimento desta corrente é indispensável no projeto de instalação de motores, especialmente os de maior potência.



### Assimile

A corrente de partida de um motor pode alcançar valores de até sete vezes a corrente nominal a plena carga, o que pode causar afundamentos de tensão à rede elétrica na qual o motor está conectado, resultando no mal funcionamento de outros equipamentos conectados à mesma rede. Desta forma, o conhecimento prévio desta corrente é indispensável no projeto de instalação de motores, em especial os de maiores potências.

Na prática, o valor da corrente de partida num motor é obtida por meio de um teste denominado teste com o rotor bloqueado. Neste teste, basicamente, o motor é ligado, mas impedido de girar por um freio dinamométrico. À medida que a carga mecânica no freio vai sendo aliviada, a corrente vai decrescendo e a velocidade síncrona do motor aumentando até atingir a velocidade de regime, o que ocorre quando o motor estiver fornecendo a potência nominal para a qual foi projetado para funcionar em condições normais (NISKIER; MACINTYRE, 2008).



### Exemplificando

Determine a corrente de partida de um motor de indução trifásico com as seguintes características: 2,2 kW, 220 V, 60 Hz,  $I_p / I_N = 6,7$ ,  $\cos \varphi = 0,81$  e  $\eta = 85,5\%$ .

Da seção anterior, sabemos que a corrente nominal de um motor é dada por:

$$I_n = \frac{P_n}{\sqrt{3} \cdot V_n \cdot \cos \varphi \cdot \eta}$$

Em que  $P_n$  e  $V_n$  são a potência e a tensão nominal do motor.

Logo,

$$I_n = \frac{2,2 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,81 \cdot 0,855} = 8,34 \text{ A}$$

Sendo  $I_p / I_n = 6,7$ , então, a corrente de partida do motor é:

$$I_p = 8,34 \cdot 6,7 = 55,86 \text{ A}$$

Note que o motor deste exemplo é o mesmo cuja placa é ilustrada na Figura 4.4 e, portanto, a sua corrente de partida poderia ter sido obtida simplesmente multiplicando-se a corrente nominal correspondente à tensão de 220 V, ou seja, 8,40 A, pelo fator  $I_p / I_n = 6,7$ , o que resultaria em 56,28 A. Desta forma, a corrente de partida pode ser facilmente obtida se dispormos da placa de identificação do motor.

### Dimensionamento dos alimentadores dos motores

Dois fatores devem ser considerados durante o dimensionamento dos alimentadores dos motores (NISKIER; MACINTYRE, 2008), são eles: o fator de serviço (FS), o qual, multiplicado pela corrente nominal do motor, nos dá a máxima corrente que circulará no motor em funcionamento normal, após sua partida; e o fator de demanda (FD), o qual é a razão entre a máxima solicitação simultânea prevista para o sistema e a carga total instalada. Para que o FD seja introduzido, é necessário o conhecimento do regime de trabalho e dos horários de funcionamento dos motores.

De posse dos fatores supracitados, dimensionam-se os ramais e os alimentadores dos motores com base na queda de tensão permitida por norma (NBR 5410). Usualmente, adota-se para a queda de tensão o valor de 4% no circuito desde o quadro geral até o motor mais afastado, sendo 2% correspondentes aos alimentadores e 2% correspondentes aos ramais.

A seção dos condutores pode ser obtida a partir das seguintes expressões (NISKIER; MACINTYRE, 2008):

- Circuitos monofásicos:

$$S = \frac{2\rho(I_1 \cdot \ell_1 + I_2 \cdot \ell_2 + \dots)}{u} = \frac{2\rho \sum I \cdot \ell}{u}$$

- Circuitos trifásicos:

$$S = \frac{\sqrt{3}\rho(I_1 \cdot \ell_1 + I_2 \cdot \ell_2 + \dots)}{u} = \frac{\sqrt{3}\rho \sum I \cdot \ell}{u}$$

Em que:

**S** é a seção do condutor.

**I** é a capacidade de condução de corrente (em Ampères) do alimentador, a qual pode ser obtida por uma das seguintes formas:

- $I_{alim} \geq FS \cdot I_n$ , caso o alimentador supra apenas um motor, ou seja, o alimentador é o próprio ramal partindo de um centro de distribuição.

- $I_{alim} \geq \sum_{i=1}^n FS_i \cdot I_{n_i}$ , caso o alimentador supra vários motores.

- $I_{alim} \geq FD \cdot \sum_{i=1}^n FS_i \cdot I_{n_i}$ , se o fator de demanda for levado em conta.

$\ell$  é o comprimento do condutor (ou trecho) por onde passa a corrente  $I_{alim}$ .

**u** é a queda de tensão absoluta (em Volts), por exemplo,  $2\% \cdot 220 = 4,4 \text{ V}$ .

$\rho$  é a resistividade do material do condutor, a qual é igual a:

- $\rho = \frac{1}{56} \left( \frac{\text{ohm} \times \text{mm}^2}{\text{m}} \right)$ , para o cobre.

- $\rho = \frac{1}{32} \left( \frac{\text{ohm} \times \text{mm}^2}{\text{m}} \right)$ , para o alumínio.

Pode-se, também, utilizar as tabelas disponibilizadas pelos fabricantes de cabos e fios para o dimensionamento dos alimentadores dos motores. A depender da tabela, pode ser necessário calcular: (i) o produto  $I_{alim} \cdot \ell$  (A.m) e com este valor, na coluna correspondente à queda de tensão máxima escolhida, encontra-se a seção do condutor; ou (ii) a queda de tensão unitária dada em V/A.m por:

$$\Delta V_{unit} = \frac{u}{I_{alim} \cdot \ell}$$

Vejam, agora, um exemplo envolvendo situações em que será obtida a seção de um alimentador tanto por meio da equação de **S** quanto por meio de um quadro.



Um motor de indução trifásico de 220 V, 8 cv,  $\eta = 0,94$ ,  $\cos \varphi = 0,80$  e FS = 1,25, encontra-se a 30 m do quadro de distribuição. Admitindo uma queda de tensão de 2% no ramal do motor, qual deverá ser a seção dos condutores de cobre a ser selecionada?

Primeiramente, devemos calcular a capacidade de condução de corrente do alimentador, a qual é dada por:

$$I_{alim} = \left( \frac{P_n \cdot 736}{\sqrt{3} \cdot V_n \cdot \cos \varphi \cdot \eta} \right) \cdot FS$$

Logo,

$$I_{alim} = \left( \frac{8 \cdot 736}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,80 \cdot 0,94} \right) \cdot 1,25 = 25,68 \text{ A}$$

Em seguida, devemos calcular a seção do condutor para um circuito trifásico:

$$S = \frac{\sqrt{3} \cdot \rho \cdot I_{alim} \cdot \ell}{u} = \frac{\sqrt{3} \cdot 25,68 \cdot 30}{56 \cdot 220 \cdot 0,02} = 5,42 \text{ mm}^2$$

O que nos daria aproximadamente uma seção de 6 mm<sup>2</sup>.

Suponhamos, agora, que desejamos resolver o mesmo problema, porém temos uma parceria com um fabricante de condutores que já nos disponibilizou o seguinte quadro:

Quadro 4.9 | Queda de Tensão (V) = Queda de tensão tabelada (V/A.km) x corrente do circuito (A) x comprimento (km)

| Seção Nominal do Condutor (mm <sup>2</sup> ) | Queda de tensão para $\cos \varphi = 0,8$ (V/A.km) |                    |                    |
|----------------------------------------------|----------------------------------------------------|--------------------|--------------------|
|                                              | Condutor não-magnético                             |                    | Condutor magnético |
|                                              | Circuito monofásico                                | Circuito trifásico |                    |
| 1,5                                          | 23,3                                               | 20,2               | 23                 |
| 2,5                                          | 14,3                                               | 12,4               | 14                 |
| 4                                            | 8,96                                               | 7,79               | 9                  |
| 6                                            | 6,03                                               | 5,25               | 5,87               |
| 10                                           | 3,63                                               | 3,17               | 3,54               |
| 16                                           | 2,32                                               | 2,03               | 2,27               |
| 25                                           | 1,51                                               | 1,33               | 1,5                |
| 35                                           | 1,12                                               | 0,98               | 1,12               |
| 50                                           | 0,85                                               | 0,76               | 0,86               |
| 70                                           | 0,62                                               | 0,55               | 0,64               |
| 95                                           | 0,48                                               | 0,43               | 0,5                |
| 120                                          | 0,4                                                | 0,36               | 0,42               |
| 150                                          | 0,35                                               | 0,31               | 0,37               |
| 185                                          | 0,3                                                | 0,27               | 0,32               |
| 240                                          | 0,26                                               | 0,23               | 0,29               |

Fonte: Sil (2017).

Note que os valores estão em V/A.km e, portanto, devemos utilizar a seguinte fórmula, em que  $\ell$  deve estar em km:

$$\Delta V_{unit} = \frac{U}{I_{alim} \cdot \ell}$$

$$\Delta V_{unit} = \frac{0,02 \cdot 220}{25,68 \cdot 30 \cdot 10^{-3}} = 5,71 \text{ V/A.km}$$

$\Delta V_{unit} = 5,71 \text{ V/A.km}$  está mais próximo de 5,87 V/A.km (supondo que desejamos usar um eletroduto de material magnético) e, desta forma, a seção do condutor deve ser de 6 mm<sup>2</sup>.

### Dispositivos de ligação e de desligamento

Toda instalação de um motor elétrico deve ter dispositivos que permitam a sua ligação e o seu desligamento, sem risco para o operador. Basicamente, os dispositivos de ligação e de desligamento são constituídos por contatores e disjuntores (NISKIER; MACINTYRE, 2008).

Os contatores são dispositivos eletromecânicos utilizados como chaves “liga-desliga” e podem ser acionados no local ou à distância, com botões ou ainda comandados por outros dispositivos, como os pressostatos, termostatos, chaves de nível etc. Alguns tipos de contatores apresentam associados a eles fusíveis de ação retardada e até mesmo relés de sobrecarga, constituindo-se numa chave magnética eficiente contra sobrecarga e curtos-circuitos, conhecida como chave guarda-motor.

Os disjuntores são dispositivos eletromecânicos que também funcionam como chaves “liga-desliga”, possuindo relés térmicos, ajustáveis para proteção contra sobrecarga nas três fases da rede, e relés magnéticos não ajustáveis, para proteção contra curtos-circuitos nas três fases. Alguns relés mais sofisticados possuem ainda relés de subtensão, para proteção contra quedas de tensão. Da mesma forma que os contatores, os disjuntores podem ser acionados no local ou à distância. É comum usar-se o disjuntor como chave do motor no quadro ou protegendo o ramal do motor e usar o contator como chave de comando “liga-desliga”.

É importante ressaltar que, conforme vimos na Unidade 3, as chaves de partida dos motores elétricos podem ser (NISKIER; MACINTYRE, 2008; SEIXAS; FERNANDES, 2012):

1. De ligação direta (partida a plena tensão): para motores até 5 cv ligados à rede de baixa tensão trifásica, pode-se usar chaves de partida direta as quais, por razões de segurança, não devem ser chaves seccionadoras (ou chaves de faca). Para motores com potências acima de 5 cv, deve-se empregar algum método que limite a corrente de partida a no máximo 2,25 vezes a corrente nominal do motor.

2. De redução da corrente de partida: empregam-se os métodos de limitação de corrente de partida abordados na Unidade 3:

- Inserção de resistências na linha.
- Inserção de resistências no circuito do rotor.
- Chave Y/ $\Delta$  ("estrela-triângulo").
- Chave (ou partida) compensadora.
- Acionamento por *soft-starter*.
- Acionamento por inversor de frequência etc.



### Refleta

Com exceção a um dos métodos supracitados para a redução da corrente de partida, todos se baseiam na aplicação de partida com tensão reduzida aos terminais do motor. Qual dos métodos é a exceção e, por quê?

Mais detalhes aos dispositivos supracitados serão apresentados na próxima seção desta unidade.

Com o domínio dos conteúdos apresentados nesta seção, você estará preparado para resolver os exercícios e as situações-problema propostas.

## Sem medo de errar

Atribuíram a você a tarefa de dimensionar a seção do condutor de cobre que irá alimentar, em 380 V, o motor de indução trifásico cuja placa de identificação é dada na Figura 4.4. Sabe-se ainda que o motor ficará a uma distância de 50 m do quadro de distribuição e que admitiu-se uma queda de tensão de 2% em seu ramal. Além disso, a indústria proprietária do motor também gostaria de saber se será necessário empregar alguma técnica de tensão reduzida para sua partida.

Figura 4.4 | Placa de identificação do motor da situação-problema

|                                                                                                                                                                     |  |                                                                                                                                    |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
|   |  |  <b>PNCEE</b><br>REND.%= 92.5%<br>cos $\phi$ 0.87 |  |
| NBR.7094                                                                                                                                                            |  | 00072                                                                                                                              |  |
| ~ 3 250S/M                                                                                                                                                          |  | 11/01 AY53872                                                                                                                      |  |
| MOTOR INDUÇÃO - GAIOLA<br>INDUCTION MOTOR-SOURTYPE CAGE                                                                                                             |  | Cat N 1.00                                                                                                                         |  |
| Hz 60                                                                                                                                                               |  | 1775                                                                                                                               |  |
| kWHP=ev)75(100)                                                                                                                                                     |  | IP55                                                                                                                               |  |
| SOL F $\Delta$ 180 K lb/h 8.8                                                                                                                                       |  | ALT m                                                                                                                              |  |
| 220/380/440 V                                                                                                                                                       |  | 245/142/123 A                                                                                                                      |  |
| REG DUTY S1                                                                                                                                                         |  | MAX.AMP                                                                                                                            |  |
|  6314-C3 POLYREX EM-ESSO<br>6314-C3 27 g 9789 h                                    |  | 462 kg                                                                                                                             |  |

Fonte: Carlos (2017).

O primeiro passo é a interpretação da placa de identificação, com enfoque nas especificações em negrito.

- Marca comercial e modelo: Weg.
- Natureza da corrente: c.a. (~).
- Número de fases: 3.
- Identificação da carcaça: 250 S/M.
- Mês e ano de fabricação: 11/01.
- Número de série: AY53872.
- Tipo: Motor de indução gaiola.
- Frequência de alimentação: 60 Hz.
- Categoria: N.
- Potência nominal: 75 kW (ou 100 cv).
- Rotação nominal: 1.775 rpm.
- **Fator de serviço: 1,00.**
- Classe de isolamento: F.
- Fator  $I_p / I_N$ : 8,8.
- Grau de proteção: IP55.
- **Tensão nominal: 220/380/440 V.**
- **Corrente nominal: 245/142/123 A (cada valor corresponde ao valor de tensão na mesma posição).**
- Regime de trabalho: S1.
- Possibilidades de ligação: diversas.

- Especificação dos rolamentos: 6314-C3 e 6314-C3.
- Massa do motor: 462 kg.
- Rendimento: 92,5%.
- Fator de potência: 0,87.

Desde já, podemos assegurar ao cliente que ele precisará utilizar algum método de partida à tensão reduzida, uma vez que o motor possui bem mais que 5 cv. O próximo passo é calcular a capacidade de condução de corrente do alimentador, a qual é dada por:

$$I_{alim} = I_n \cdot FS$$

Em que  $I_n$  é a corrente nominal do motor e FS é o fator de serviço, ambos especificados na placa de identificação como sendo 142 A (para a operação em 380 V) e 1,00, respectivamente.

Logo,

$$I_{alim} = 142 \cdot 1,00 = 142 \text{ A}$$

Em seguida, devemos calcular a seção do condutor de cobre para um circuito trifásico, a qual é dada por:

$$S = \frac{\sqrt{3} \cdot \rho \cdot I_{alim} \cdot \ell}{u}$$

Em que  $\rho = \frac{1}{56} \left( \frac{\text{ohm} \times \text{mm}^2}{\text{m}} \right)$   $\rho = 1/56 \text{ mm}^2$  para um condutor de cobre.

Portanto,

$$S = \frac{\sqrt{3} \cdot \rho \cdot I_{alim} \cdot \ell}{u} = \frac{\sqrt{3} \cdot 142 \cdot 50}{56 \cdot 380 \cdot 0,02} = 28,89 \text{ mm}^2$$

O que nos daria aproximadamente uma seção de 35 mm<sup>2</sup> para um condutor com isolamento em PVC, por exemplo.

## Avançando na prática

### Dimensionamento dos alimentadores dos motores

#### Descrição da situação-problema

Você foi o engenheiro contratado para determinar a seção do condutor que alimentará um motor elétrico em 380 V a uma

distância de 70 metros do quadro de distribuição da indústria proprietária da máquina. A placa do motor é ilustrada na Figura 4.5. Considere o Quadro 4.9 para o dimensionamento e admita uma queda de tensão de 2% no ramal do motor.

### Resolução da situação-problema

Devemos calcular a capacidade de condução de corrente do alimentador, a qual é dada por:

$$I_{alim} = I_n \cdot FS$$

Em que  $I_n$  é a corrente nominal do motor e  $FS$  é o fator de serviço, ambos especificados na placa de identificação como sendo 4,86 A (para operação em 380 V) e 1,15, respectivamente.

Logo,

$$I_{alim} = 4,86 \cdot 1,15 = 5,59 \text{ A}$$

Em seguida, devemos calcular a queda de tensão unitária dada em V/A.km por:

$$\Delta V_{unit} = \frac{u}{I_{alim} \cdot \ell}$$

$$\Delta V_{unit} = \frac{0,02 \cdot 380}{5,59 \cdot 70 \cdot 10^{-3}} = 19,42 \text{ V/A.km}$$

Com base no quadro, a seção do condutor, considerando tanto um conduto magnético quanto um não magnético, é de 1,5 mm<sup>2</sup>.

### Faça valer a pena

**1.** De maneira geral, todo fabricante afixa ao motor elétrico uma placa de identificação contendo especificações, como número de fases, potência, tensão, corrente e rotação nominais, classe de isolamento, fator de serviço, grau de proteção etc.

Qual é, aproximadamente, a corrente de partida do motor cuja placa de identificação é ilustrada na figura, considerando que opera em 220 V?

Figura 4.6 | Placa de identificação do motor da situação-problema

|                                                                                                                                                                     |  |                                                                                                           |  |                             |  |       |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|-----------------------------|--|-------|
|   |  |  <b>PNCRE</b><br>INJETOR |  | REND.%= 92.5%<br>cos φ 0.87 |  | 00072 |
| NBR.7094                                                                                                                                                            |  |                                                                                                           |  |                             |  |       |
| ~ 3 250S/W                                                                                                                                                          |  | 11/01                                                                                                     |  | AYS3872                     |  |       |
| MOTOR INDUÇAO - CADEIA                                                                                                                                              |  | CAT N                                                                                                     |  | 1.00                        |  |       |
| INDUÇAO MOTOR-SOURCE CASE 1Hz 60                                                                                                                                    |  | RPM                                                                                                       |  | 1775                        |  |       |
| kWHP=ca)75(100)                                                                                                                                                     |  |                                                                                                           |  |                             |  |       |
| SOL                                                                                                                                                                 |  | F                                                                                                         |  | 180                         |  |       |
| 220/380/440                                                                                                                                                         |  | V                                                                                                         |  | 245/142/123                 |  |       |
| RIG                                                                                                                                                                 |  | S1                                                                                                        |  |                             |  |       |
|                                                                                                                                                                     |  | MAX.AMB                                                                                                   |  |                             |  |       |
|  6314-C3<br>6314-C3                                                                |  | POLYREX EM-ESSO<br>27 g 9789 h                                                                            |  | 462 kg                      |  |       |

Fonte: Carlos (2017).

- $I_p = 2,16 \text{ kA}$  .
- $I_p = 1,96 \text{ kA}$  .
- $I_p = 1,16 \text{ kA}$  .
- $I_p = 3,45 \text{ kA}$  .
- $I_p = 2,78 \text{ kA}$  .

**2.** A depender do tipo e das características construtivas de um motor, sua corrente de partida pode alcançar valores de até sete vezes a corrente nominal a plena carga. Esta característica da corrente de partida pode causar os chamados afundamentos de tensão à rede elétrica na qual o motor está conectado, o que, consequentemente, pode resultar no mau funcionamento de outros equipamentos conectados à rede (BOLLEN, 2001).

Qual é a corrente de partida de um motor de indução trifásico com as seguintes características: 75 kW, 380 V, 60 Hz,  $I_p / I_N = 6,7$ ,  $\cos \varphi = 0,90$  e  $\eta = 90\%$  ?

- 722,61 A .
- 832,55 A .
- 903,11 A .
- 942,56 A .
- 1632,60 A .

**3.** Dois fatores devem ser considerados durante o dimensionamento dos alimentadores dos motores. Estes são o fator de serviço (FS), o qual, multiplicado pela corrente nominal do motor, nos dá a máxima corrente que circulará no motor em funcionamento normal, após sua partida; e o fator de demanda (FD), o qual é a razão entre a máxima solicitação simultânea prevista para o sistema e a carga total instalada (NISKIER; MACINTYRE, 2008).

Um motor de indução trifásico de 440 V, 100 cv,  $\eta = 92\%$ ,  $\cos \varphi = 0,90$  e FS = 1,15, encontra-se a 90 m do quadro de distribuição. Admitindo uma queda de tensão de 1% no ramal do motor, qual deverá ser a seção dos condutores de cobre a ser selecionada?

- a)  $42,43 \text{ mm}^2$ .
- b)  $54,40 \text{ mm}^2$ .
- c)  $60,93 \text{ mm}^2$ .
- d)  $71,55 \text{ mm}^2$ .
- e)  $84,85 \text{ mm}^2$ .

# Seção 4.3

## Proteção

### Diálogo aberto

Os motores elétricos podem ser danificados quando por eles fluem correntes maiores que aquelas para as quais foram projetados para funcionar. Estas correntes que excedem o valor da corrente de plena carga da máquina são chamadas de sobrecorrentes. As sobrecorrentes podem apresentar-se sob a forma de uma sobrecarga ou de um curto-circuito. A sobrecarga é qualquer corrente algumas vezes maior que a corrente de plena carga do motor, fluindo pelo caminho normal do circuito, ou seja, sem a presença de falta elétrica na rede. Um curto-circuito corresponde a uma sobrecorrente que resulta de uma falta elétrica, a qual pode ser a conexão entre as fases da rede, ou entre as fases e a terra por uma baixa impedância, caracterizando-se por uma grande elevação das correntes que fluem pelo circuito no qual ocorreu o evento.

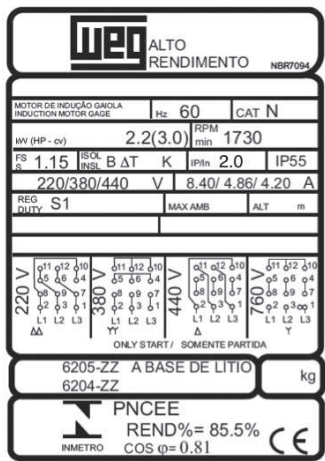
Sobrecarga do motor e bloqueio do rotor são apenas algumas das situações que podem ser evitadas a partir da escolha cuidadosa dos dispositivos de proteção. Se deixado desprotegido, o motor continuará a funcionar mesmo em condições anormais. A corrente excessiva faz com que o motor sobreaqueça, o que, por sua vez, causa o envelhecimento gradual e generalizado do isolamento dos seus enrolamentos, quando então o motor ficará sujeito a um curto-circuito interno de consequências desastrosas (MAMEDE FILHO, 2007). Uma boa proteção contra sobrecarga do motor pode ampliar a sua vida útil. Devido às suas características, os motores requerem esquemas especiais de proteção contra sobrecorrentes, que possam suportar as sobrecargas temporárias associadas às correntes de partida e ainda proteger o motor contra sobrecargas sustentadas e curtos-circuitos.

Nesse contexto, você trabalha para a *Global Machines Ltda.* e lhe atribuíram a tarefa de dimensionar os condutores de cobre (de 37 m de comprimento, queda de tensão de 4%) e os fusíveis para proteger o motor de indução trifásico, cuja placa de identificação é apresentada na Figura 4.7, (a) com base no Quadro 4.10 e (b) compare

os resultados com base em cálculos. Admita que o motor opera em 220 V. Apresente os resultados na forma de relatório.

Dica: no dimensionamento de fusíveis de ação retardada, os fusíveis (i) devem suportar, sem fundir, o pico de corrente de partida ( $I_p$ ) durante o tempo de partida do motor e (ii) devem ser dimensionados para uma corrente no mínimo FS vezes superior à corrente nominal ( $I_n$ ) do motor.

Figura 4.7 | Placa de identificação um motor elétrico



Fonte: Seaan (2017).

Quadro 4.10 | Secção de condutores para a instalação de motores de indução trifásicos de 220 V

| Potência Nominal |      | Corrente a plena carga (A) | Secção dos condutores (mm²) | Distância máxima do circuito (m) | Fusíveis (A) |
|------------------|------|----------------------------|-----------------------------|----------------------------------|--------------|
| kW               | CV   |                            |                             |                                  |              |
| 0,12             | 0,17 | 0,8                        | 1,5                         | -                                | -            |
| 0,18             | 0,25 | 1,1                        | 1,5                         | -                                | 6            |
| 0,25             | 0,33 | 1,5                        | 1,5                         | -                                | 6            |
| 0,37             | 0,5  | 2,5                        | 1,5                         | -                                | 10           |
| 0,55             | 0,75 | 2,8                        | 1,5                         | -                                | 10           |
| 0,75             | 1    | 3,5                        | 1,5                         | -                                | 15           |
| 1,1              | 1,5  | 5                          | 1,5                         | -                                | 15           |
| 1,5              | 2    | 6,5                        | 1,5                         | -                                | 15           |
| 2,2              | 3    | 9                          | 1,5                         | 37                               | 20           |
| 3                | 4    | 11,4                       | 1,5                         | 30                               | 20           |

Fonte: HTL (2017).

### Dispositivos de proteção dos motores

De acordo com a NBR 5410:2004, a proteção dos motores contra sobrecarga pode ser feita por dispositivos apropriados, tais como fusíveis de ação retardada, relés térmicos associados a contadores e chaves, e disjuntores, a partir de uma das seguintes formas (NISKIER; MACINTYRE, 2008):

1. Integrados ao motor, sensíveis à temperatura dos enrolamentos.
2. Exterior ao motor, sensíveis à corrente do respectivo circuito.

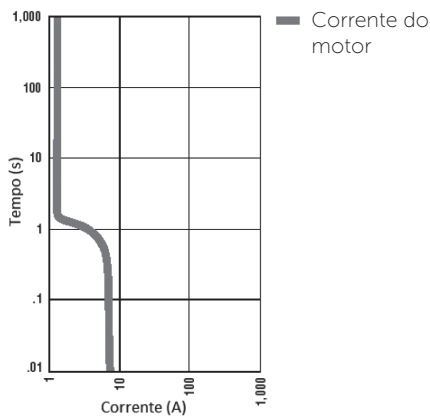
Esses dispositivos devem permitir que os motores possam funcionar com uma corrente máxima igual ao fator de serviço (FS) vezes a sua corrente nominal, ou seja:

$$I = FS \cdot I_n$$

Como já vimos, a corrente de partida de um motor pode chegar a sete vezes o valor da sua corrente nominal. Desta forma, a proteção deve ser feita de modo a suportar uma carga elevada de corrente durante a partida, para depois, já com o motor em regime permanente, desligar o motor ou seu ramal, se a corrente absorvida se tornar superior a FS vezes a sua corrente nominal. A atuação da proteção com o emprego de fusíveis de ação retardada e de relés de sobrecorrente pode ser melhor entendida a partir das curvas mostradas nas figuras a seguir.

Curvas (ou gráficos) são amplamente utilizadas durante o projeto da proteção de qualquer sistema ou equipamento elétrico, incluindo os motores. A ideia da utilização dessas curvas é bastante simples: detectar uma falha e eliminá-la a partir da leitura de valores de corrente durante um determinado intervalo de tempo. Essas curvas são compostas por escalas logarítmicas nos eixos horizontal (corrente) e vertical (tempo), como a da Figura 4.8, a qual apresenta as características típicas de funcionamento de um motor de indução trifásico. Observando a Figura 4.8 de baixo para cima, note que o valor da corrente de partida (de zero até pouco mais de 1 s) é muitas vezes maior que o valor da corrente nominal do motor.

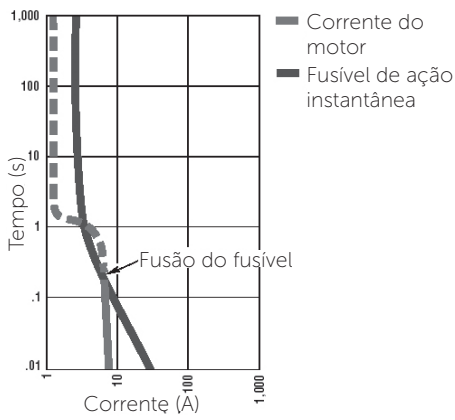
Figura 4.8 | Características típicas de funcionamento de um motor de indução trifásico



Fonte: adaptada de Smith (2017).

A Figura 4.9 mostra as curvas características correspondentes ao motor da Figura 4.8 e a um fusível de ação instantânea. Note que as curvas do motor (em cinza escuro) e do fusível (em cinza) se encontram pouco após 0,1 segundo, o que indica que o fusível se fundirá antes mesmo que o motor entre em regime permanente. Os fusíveis de ação instantânea não devem, portanto, ser aplicados à proteção de motores, uma vez que se fundem interrompendo o circuito bem antes do tempo necessário para que o motor possa alcançar a corrente nominal (ou a corrente  $FS \cdot I_n$ ) (NISKIER; MACINTYRE, 2008; SMITH, 2017).

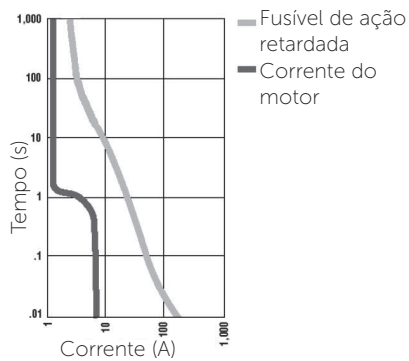
Figura 4.9 | Curvas características de um motor de indução trifásico e de um fusível de ação instantânea



Fonte: adaptada de Smith (2017).

Os dispositivos de proteção dos motores devem apresentar uma curva que se sobreponha adequadamente à curva do motor, caso contrário, esses dispositivos operarão desnecessariamente, ou seja, antes que haja condições de risco para o motor (NISKIER; MACINTYRE, 2008). É o que mostra a Figura 4.10.

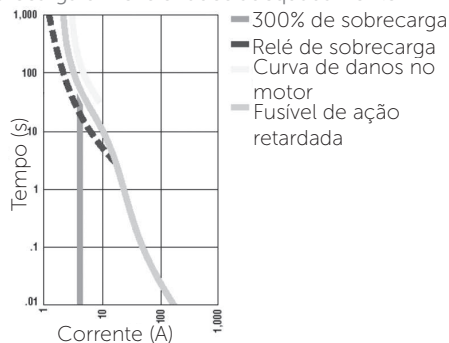
Figura 4.10 | Curvas características de um motor de indução trifásico e de um fusível de ação retardada dimensionado adequadamente



Fonte: adaptada de Smith (2017).

A Figura 4.11 nos mostra a curva de proteção do motor com dois níveis de proteção contra sobrecarga. Com esta combinação é possível reiniciar rapidamente o relé de sobrecarga depois que um problema menor seja solucionado, enquanto os fusíveis permanecem intactos. Caso os relés de sobrecarga sejam sobredimensionados, ou seus contatos não forem abertos por qualquer motivo durante uma falha, os fusíveis se abrirão antes que a curva de danos do motor (em cinza claro) seja atingida.

Figura 4.11 | Curvas características de sobrecarga do motor e de seus dispositivos de proteção contra sobrecarga dimensionados adequadamente



Fonte: adaptada de Smith (2017).

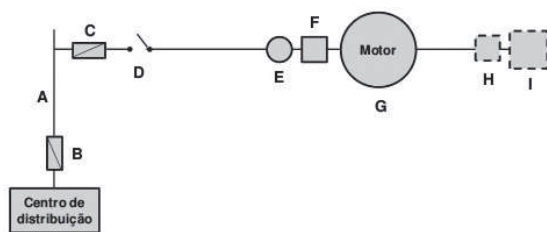


Por que não poderíamos ter usado um fusível de ação instantânea dimensionado da mesma forma que o fusível de ação retardada na Figura 4.10?

## Dispositivos de proteção do ramal

O esquema típico de ramal de motor elétrico é ilustrado na Figura 4.12. A seguir, comentamos a respeito de cada item da figura.

Figura 4.12 | Esquema típico de ramal de motor elétrico



Fonte: elaborada pelo autor.

A) Cabo alimentador.

B) Dispositivo de proteção do alimentador.

C) Dispositivo de proteção do ramal do motor, o qual protege os condutores do ramal, os dispositivos de controle e o motor contra curtos-circuitos.

D) Dispositivo de seccionamento (chave seccionadora).

E) Dispositivo de controle ou comando do motor.

F) Dispositivo de proteção do motor.

G) Motor.

H) Dispositivo de controle do secundário, o qual é usado quando o motor é de rotor em anéis, controlando sua velocidade.

I) Resistores ou reostato do secundário, os quais permitem que o motor possa partir com menor corrente e, portanto, mais lentamente.

Os dispositivos de proteção do ramal deverão suportar a corrente de partida do motor durante um tempo reduzido. Quando, porém, o motor estiver em regime permanente, se houver sobrecarga prolongada ou curto-circuito no ramal, deverão atuar imediatamente

interrompendo a corrente. A graduação dos dispositivos de proteção e a escolha do fusível de ação retardada dependem do tipo do motor, da relação  $I_p / I_n$  e do método empregado para a sua partida.

### Pesquise mais

De maneira geral, os fabricantes dos motores disponibilizam tabelas com as quais é possível escolher os dispositivos de proteção do ramal e do motor. Algumas tabelas podem ser consultadas no Capítulo 6 de NISKIER, J.; MACINTYRE, A. J. **Instalações elétricas**. Rio de Janeiro: Grupo Gen-LTC, 2008.

## Centro de controle de motores

Um centro de controle de motores, conhecido pela sigla CCM ou MCC (do inglês *motor control center*), é um sistema de manobra e comando de motores elétricos de baixa tensão (até 1000 V). Basicamente, um CCM é um armário de chapas de aço, devidamente compartimentado, para alojamento de gavetas extraíveis (ou módulos) nas quais acomodam-se barramentos, cabos, chaves seccionadoras, disjuntores, fusíveis, contatores, relés etc., de forma a atender a todos os requisitos técnicos exigidos pela NBR 6808 (NISKIER; MACINTYRE, 2008).

Os CCMs destinam-se aos processos industriais que exigem, além da segurança e agilidade, um excelente desempenho nas fases de operação e manutenção dos motores. A Figura 4.13 ilustra a foto de um CCM com seus módulos abertos.

Figura 4.13 | Centro de controle de motores



Fonte: Vemom (2017).

## Curto-circuito

Um curto-circuito corresponde à conexão entre as fases da rede, ou entre as fases e a terra, por uma impedância relativamente baixa. Um curto-circuito caracteriza-se por uma elevação abrupta das correntes, com elevação de temperaturas e solicitações térmicas, além dos esforços mecânicos e deformação dos materiais (ZANETTA JR, 2006). Estes eventos podem causar grandes danos às instalações elétricas.

O cálculo de curto-circuito é fundamental para a especificação dos equipamentos de proteção e sua calibragem em um sistema elétrico. Para realizarmos este cálculo, necessitamos da impedância total do sistema no momento do evento, ou seja, necessitamos da soma das impedâncias desde onde se presume que venha a ocorrer o curto-circuito até a fonte que alimenta o sistema. A corrente de curto-circuito é tão menor quanto maior for a impedância total do sistema. Portanto, quanto mais próximo da fonte for o curto-circuito, menor é a impedância total e maior é a corrente gerada durante o evento.



### Assimile

Um curto-circuito corresponde à conexão entre as fases da rede, ou entre as fases e a terra, por uma impedância relativamente baixa. Tal evento caracteriza-se por uma elevação abrupta das correntes, com elevação de temperaturas e solicitações térmicas, além dos esforços mecânicos e deformação dos materiais, podendo causar grandes danos às instalações elétricas. O cálculo de curto-circuito é fundamental para a especificação dos equipamentos de proteção de um sistema elétrico.

De maneira geral, pode-se calcular a corrente de curto-circuito na baixa tensão do transformador, no qual são instalados disjuntores de ar. Uma forma de realizar esse cálculo é considerando apenas as características de potência (em kVA) e a impedância (em %) do transformador da subestação que alimenta o circuito a proteger. Em resumo, supõe-se a potência do lado primário do transformador como sendo infinita, e que nada existe após o transformador (a jusante do transformador), para reduzir a corrente de curto-circuito (NISKIER; MACINTYRE, 2008). Logo, teremos que a potência e a corrente de curto-circuito são dadas a partir das seguintes equações:

$$S \text{ (curto-circuito)} = \frac{100 \cdot S \text{ (transformador)}}{Z \text{ (\%)}}$$

E

$$I \text{ (curto-circuito)} = \frac{S \text{ (curto-circuito)}}{E \cdot \sqrt{3}}$$

Em que **E** é a tensão no lado secundário do transformador.

Para um melhor entendimento acerca do cálculo de curto-circuito, vejamos o seguinte exemplo.



### Exemplificando

Um transformador de 750 kVA, 13.800/380 V, com impedância de 5% alimenta três grupos de motores de indução de 200 cv, 380 V,  **$\cos \varphi = 0,83$** ,  **$\eta = 96\%$** , FS = 1,25 e  **$I_p / I_n = 5$** . Calcule (a) a corrente de curto-circuito, (b) a corrente de partida dos motores e (c) determine de que forma os dispositivos de proteção devem ser dimensionados.

a) Primeiramente, calculamos a potência e, em seguida, a corrente de curto-circuito.

$$S \text{ (curto-circuito)} = \frac{100 \cdot S \text{ (transformador)}}{Z \text{ (\%)}} = \frac{100 \cdot 750 \cdot 10^3}{5} = 15.000 \text{ kVA}$$

$$I \text{ (curto-circuito)} = \frac{S \text{ (curto-circuito)}}{E \cdot \sqrt{3}} = \frac{15.000 \cdot 10^3}{380 \cdot \sqrt{3}} = 22.790 \text{ A}$$

b) A corrente de partida é dada multiplicando-se o valor da relação  $I_p / I_n$  pela corrente nominal do motor, a qual é calculada da seguinte forma:

$$I_n = \frac{P_n \cdot 736}{\sqrt{3} \cdot V_n \cdot \cos \varphi \cdot \eta} = \frac{200 \cdot 736}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,83 \cdot 0,96} = 280,68 \text{ A}$$

A corrente de partida é, portanto,

$$I_p = 280,68 \cdot 5 = 1403,41 \text{ A}$$

c) Os dispositivos de proteção deverão ser projetados de modo a:

1. Suportar a corrente de partida de 1.403,41 A durante o tempo de aceleração do motor (supondo que nenhum método de tensão de partida reduzida seja empregado).

2. Suportar uma corrente igual a  $I = FS \cdot I_n = 1,25 \cdot 280,68 = 350,85 \text{ A}$  durante a operação do motor em regime permanente.

3. Interromper uma corrente de 22.790 A, caso ocorra um curto-circuito. Esta interrupção deve ocorrer rapidamente, sem que outros equipamentos ligados à rede sejam danificados.

Com o domínio dos conteúdos apresentados, você está apto para resolver as situações-problema desta seção.

### Sem medo de errar

Você foi o engenheiro contratado para dimensionar o alimentador (de cobre) do motor e do fusível que irá protegê-lo contra sobrecorrentes. Esta tarefa pode ser feita rapidamente a partir do Quadro 4.10, como segue.

a) Da placa de identificação, temos que o motor possui 3 cv de potência. Devemos, agora, buscar este valor no quadro para obtermos os demais valores de interesse. Temos, portanto, que a seção (ou seção) dos condutores é de  $1,5 \text{ mm}^2$  e que os fusíveis serão de 20 A.

b) Para obtermos os resultados com base em cálculos, devemos utilizar os conceitos apresentados na Seção 4.2 desta unidade. Sabemos que a seção dos condutores pode ser obtida a partir da seguinte expressão:

$$S = \frac{\sqrt{3} \rho \sum I \cdot \ell}{u}$$

Em que  $\rho = 1/56 \left( \frac{\text{ohm} \times \text{mm}^2}{\text{m}} \right)$  para o cobre,  $I = I_n \cdot FS$  (ambos especificados na placa de identificação do motor),  $\ell = 37 \text{ m}$  e  $u = (220 \cdot 0,04) \text{ V}$ .

Logo,

$$S = \frac{\sqrt{3} \cdot (8,4 \cdot 1,15) \cdot 37}{56 \cdot 220 \cdot 0,04} = 1,26 \text{ mm}^2$$

E o resultado está totalmente de acordo com a seção obtida pelo quadro.

Conforme nos foi dito como dica, os fusíveis (i) devem suportar, sem fundir, o pico de corrente de partida ( $I_p$ ) durante o tempo de partida do motor e (ii) serem dimensionados para uma corrente no mínimo FS vezes superior à corrente nominal ( $I_n$ ) do motor.

Portanto, os fusíveis devem suportar uma corrente de partida  $I_p = 8,40 \cdot 2,00 = 16,80 \text{ A}$  e uma corrente para o motor operando em regime permanente  $I_{regime} = FS \cdot I_n = 1,15 \cdot 8,40 = 9,66 \text{ A}$ . Sendo assim, o fusível de 20 A obtido com base no Quadro 4.10 está corretamente dimensionado.

## Avançando na prática

### Cálculo da corrente de curto-circuito

#### Descrição da situação-problema

Em uma elevatória (instalação hidráulica de grande porte, destinada a elevar a água para redistribuição), deverá ser instalado um transformador de 600 kVA, 13.800/220 V, com impedância de 4%, para alimentar um motor de indução trifásico de 250 cv,  $\cos \varphi = 0,83$ ,  $\eta = 91\%$ , FS = 1,00 e  $I_p / I_n = 5$ . Você foi o engenheiro contratado para determinar (a) a corrente de curto-circuito, (b) a corrente de partida do motor e (c) de que forma os dispositivos de proteção devem ser dimensionados. Admita que a partida do motor será realizada utilizando-se algum método que reduza em três vezes a corrente de partida. Apresente os resultados na forma de relatório.

#### Resolução da situação-problema

Você foi o engenheiro contratado para determinar (a) a corrente de curto-circuito, (b) a corrente de partida do motor e (c) de que forma os dispositivos de proteção devem ser dimensionados no projeto de alimentação de um motor de indução trifásico (250 cv,  $\cos \varphi = 0,83$ ,  $\eta = 91\%$ , FS = 1,00 e  $I_p / I_n = 5$ ) a ser alimentado por um transformador de 600 kVA, 13.800/220 V, com impedância de 4%. Na questão também é dito que algum método que limite a corrente de partida deve ser utilizado.

a) Primeiramente, devemos calcular a potência e, em seguida, a corrente de curto-circuito:

$$S \text{ (curto-circuito)} = \frac{100 \cdot S \text{ (transformador)}}{Z (\%)} = \frac{100 \cdot 600 \cdot 10^3}{5} = 12.000 \text{ kVA}$$

$$I \text{ (curto-circuito)} = \frac{S \text{ (curto-circuito)}}{E \cdot \sqrt{3}} = \frac{12.000 \cdot 10^3}{220 \cdot \sqrt{3}} = 31.491,83 \text{ A}$$

b) A corrente de partida é dada multiplicando-se o valor da relação  $I_p / I_n$  pela corrente nominal do motor, a qual é calculada da seguinte forma:

$$I_n = \frac{P_n \cdot 736}{\sqrt{3} \cdot V_n \cdot \cos \varphi \cdot \eta} = \frac{250 \cdot 736}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,83 \cdot 0,91} = 639,32 \text{ A}$$

A corrente de partida é, portanto,

$$I_p = 639,32 \cdot 5 = 3.196,58 \text{ A}$$

Porém, o método de limitação empregado para a redução desta corrente a reduz em três vezes. Desta forma,

$$I_p = \frac{3.196,58}{3} = 1065,53 \text{ A}$$

c) Os dispositivos de proteção deverão ser projetados de modo a:

1. Suportar a corrente de partida de 1065,53 A durante o tempo de aceleração do motor.

2. Suportar uma corrente igual a

$I = FS \cdot I_n = 1,00 \cdot 639,32 = 639,32 \text{ A}$  durante a operação do motor em regime permanente.

3. Interromper uma corrente de 31.491,83 A, caso ocorra um curto-circuito na rede elétrica. Esta interrupção deve ocorrer rapidamente, sem que outros equipamentos ligados à rede sejam danificados.

## Faça valer a pena

**1.** O cálculo de curto-circuito é fundamental para a especificação dos equipamentos de proteção e sua calibragem em um sistema elétrico. Para realizar este cálculo, necessita-se da impedância total do sistema no momento do evento, ou seja, da soma das impedâncias desde onde se presume que venha a ocorrer o curto-circuito até a fonte que alimenta o sistema.

Um transformador de 250 kVA, 13.800/220 V, com impedância de 2,5% alimenta três grupos de motores de indução de 50 cv, 220 V,  $\cos \varphi = 0,9$ ,  $\eta = 95\%$ , FS = 1,5 e  $I_p / I_n = 3$ . Calcule a corrente de curto-circuito, a corrente de partida dos motores e a corrente que deve ser suportada pelos equipamentos de proteção durante a operação do motor em regime permanente. Em seguida, marque a opção correta.

- a)  $I$  (curto-circuito) = 2.624 A,  $I_p = 339$  A e  $I = 169,5$  A.
- b)  $I$  (curto-circuito) = 2.624 A,  $I_p = 587$  A e  $I = 169,5$  A.
- c)  $I$  (curto-circuito) = 26.243 A,  $I_p = 339$  A e  $I = 169,5$  A.
- d)  $I$  (curto-circuito) = 26.243 A,  $I_p = 587$  A e  $I = 169,5$  A.
- e)  $I$  (curto-circuito) = 26.243 A,  $I_p = 339$  A e  $I = 508,5$  A.

**2.** De maneira geral, pode-se calcular a corrente de curto-circuito na baixa tensão do transformador, onde são instalados disjuntores de ar. Uma forma de realizar este cálculo é considerando apenas as características de potência (em kVA) e a impedância (em %) do transformador da subestação que alimenta o circuito a proteger.

Considere um transformador de 550 kVA, 13.800/380 V, com impedância de 1,25% que alimenta três grupos de motores de indução de 350 cv, 380 V,  $\cos \varphi = 0,85$ ,  $\eta = 93\%$ , FS = 1,75 e  $I_p / I_n = 6$ . Determine a corrente de partida a ser suportada pelos dispositivos de proteção durante o tempo de aceleração do motor e o valor de corrente para o qual estes dispositivos devem atuar em caso de curtos-circuitos. Suponha que nenhum método de tensão de partida reduzida tenha sido empregado.

- a)  $I_p = 2.970$  A e  $I$  (curto-circuito) = 66.851 A.
- b)  $I_p = 5.145,3$  A e  $I$  (curto-circuito) = 66.851 A.

- c)  $I_p = 5.145,3 \text{ A}$  e  $I (\text{curto-circuito}) = 115.789,5 \text{ A}$  .
- d)  $I_p = 2.970 \text{ A}$  e  $I (\text{curto-circuito}) = 115.789,5 \text{ A}$  .
- e)  $I_p = 82,5 \text{ A}$  e  $I (\text{curto-circuito}) = 66.851 \text{ A}$  .

**3.** É importante o conhecimento da corrente de curto-circuito para a escolha e calibragem dos equipamentos de proteção em uma subestação receptora. Para isto, a concessionária de energia fornece o valor da potência de curto-circuito no ponto de entrega da energia. Desta forma, torna-se possível calcular a corrente de curto-circuito na baixa tensão do transformador, onde estão instalados os disjuntores a ar.

Analisar as seguintes afirmações referentes aos curtos-circuitos:

I – Um curto-circuito corresponde à conexão entre as fases da rede, ou entre as fases e a terra, por uma impedância relativamente baixa.

II – Um curto-circuito caracteriza-se por uma elevação abrupta das correntes, com elevação de temperaturas e solicitações térmicas, além dos esforços mecânicos e deformação dos materiais envolvidos no evento.

III – Quanto mais próximo da fonte for o curto-circuito, menor é a impedância total do sistema e maior é a corrente gerada durante o evento.

IV – Os equipamentos de um circuito elétrico devem ser projetados de modo a suportarem correntes de curto-circuito por certo intervalo de tempo, até que algum dispositivo de proteção atue.

Assinale a alternativa correta.

- a) Apenas as afirmativas I e II estão corretas.
- b) Apenas as afirmativas II e III estão corretas.
- c) Apenas as afirmativas I, II e III estão corretas.
- d) Apenas as afirmativas III e IV estão corretas.
- e) Todas as afirmativas estão corretas.

# Referências

BOLLEN, M. Voltage sags in three-phase systems. In: **IEEE Power Engineering Review** 21.9, p. 8-15, 2001.

BRAGA, N. **Controles para motores de corrente contínua** (MEC176). 2017. Disponível em: <<http://www.newtoncbraga.com.br/index.php/110-mecatronica/robotica/10071-controles-para-motores-de-corrente-continua-mec176>>. Acesso em: 31 jul. 2017.

CARLOS, A. **Aulas desta semana**. 2017. Disponível em: <<http://eletronauta.blogspot.com.br/2012/09/aulas-desta-semana.html>>. Acesso em: 11 ago. 2017.

CHAPMAN, Stephen J. **Fundamentos de máquinas elétricas**. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

DE WAARD, S. **Motor de indução**. 2007. Disponível em: <[https://pt.wikipedia.org/wiki/Motor\\_de\\_indu%C3%A7%C3%A3o](https://pt.wikipedia.org/wiki/Motor_de_indu%C3%A7%C3%A3o)>. Acesso em: 31 jul. 2017.

DUCOING, E. **Electro**. 2017. Disponível em: <<https://www.pinterest.de/pin/362187995019944166/>>. Acesso em: 1 ago. 2017.

HTL. **Contato**. 2017. Disponível em: <<http://www.htlbrasil.com/downloads-tabelas-lampadas-led-e-outras-mais>>. Acesso em: 18 ago. 2017.

HAYT JR., W. H.; KEMMERLY, J. E.; DURBIN, S. M. **Análise de circuitos em engenharia**. 8. ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

JACQUES, L. **Como dimensionar um motor elétrico?** 2017. Disponível em: <<https://www.sabereletrica.com.br/dimensionar-motor-eletrico/>>. Acesso em: 1 ago. 2017.

MAMEDE FILHO, J. **Instalações elétricas industriais**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2007.

NISKIER, J.; MACINTYRE, A. J. **Instalações elétricas**. Rio de Janeiro: Gen-LTC, 2008.

RIGO, J. **Relatório estágio 2** - segundo relatório. 2017. Disponível em: <<http://www.ebah.com.br/content/ABAAAfHNEAl/relatorio-estagio-2>>. Acesso em: 23 ago. 2017.

SEAA. **27 anos**. Disponível em: <<http://www.seaa.com.br/cursos/comandos-eletricos-basico/apostila/>>. Acesso em: 6 ago. 2017.

SEIXAS, F. M. de; FERNANDES, R. C. **Máquinas elétricas II**. 2. ed. Unesp, Ilha Solteira, 2012. Apostila.

SERAFIM, E. **Máquinas elétricas**. 2017. Disponível em: <[https://wiki.ifsc.edu.br/mediawiki/images/a/a3/Aula\\_4\\_Maquinas\\_Eletricas-H4\\_e\\_H6.pdf](https://wiki.ifsc.edu.br/mediawiki/images/a/a3/Aula_4_Maquinas_Eletricas-H4_e_H6.pdf)>. Acesso em: 7 ago. 2017.

SIL. **Fios e cabos elétricos** - tabelas. 2017. Disponível em: <<http://www.sil.com.br/pt/eletricista/tabelas.aspx>>. Acesso em: 11 ago. 2017.

SMITH, T. **Motor protection**: basic explanation. 2017. Disponível em: <<http://www.1on1tutoringlive.com/files/ocp5.htm>>. Acesso em: 17 ago. 2017.

VEMOM. **Centro de controle de motores de baixa tensão** - Vemom. Disponível em: <<http://www.vemom.com.br/centro-controle-motores-baixa-tensao>>. Acesso em: 16 ago. 2017.

WEG. **Motores elétricos**: guia de especificação. 2017. Disponível em: <<http://ecatalog.weg.net/files/wegnet/WEG-guia-de-especificacao-de-motores-eletricos-50032749-manual-portugues-br.pdf>>. Acesso em: 9 ago. 2017.

ZANETTA JR., L. C. **Fundamentos de sistemas elétricos de potência**. São Paulo: Livraria da Física, 2006.

## Anotações

[illegible]

## Anotações

[illegible]

## Anotações

[illegible]



ISBN 978-85-522-0321-6



9 788552 203216 >